基于疲劳损伤分析的振动试验控制误差评价

朱学旺

(中国工程物理研究院 总体工程研究所,四川绵阳 621900)

摘要:振动试验的控制误差满足容差要求是试验研究的必要条件,然而满足容差要求的振动试验未必是 有效试验。文章研究了几种典型的振动控制误差模型条件下结构疲劳损伤评价结果的变化规律。通过基于模 态叠加获得的随机振动响应分析结果,建立了加速度控制误差与响应应力波动之间的关系;应用疲劳损伤的 线性累积模型,评价应力波动造成的结构疲劳损伤变化。数值模拟结果表明,同样为±3dB的控制容差,不 同的误差模型对应的结构振动疲劳损伤最大可能相差两个数量级以上。

关键词:控制容差;控制误差;疲劳损伤;振动试验

中图分类号: O324; O346.2 文献标识码: A

1 概述

为了确保振动试验的有效性,需要考虑载荷 控制方式、试验夹具特性以及工程因素等诸多方 面对试件振动考核的影响。传统的基础运动载荷 控制方式,由于边界力会在反共振频段大大超过 实际环境而造成过试验,已经逐步被响应控制和 力限控制技术所代替^[1]。传统的刚性夹具设计带 来的试验模拟偏差也得到了深入的研究与认识,

一种被称之为"柔性夹具"的技术正在形成并投 入应用^[2]。工程因素的影响分析更是一直受到工 程师的关注^[3],试验工程师的职责就是实现振动 试验的控制误差满足控制容差要求,即实现控制 的实际结果与给定参考谱的差异在指定的范围之 内。然而,遗憾的是,满足容差要求的振动试验 未必是有效试验。一项试验是否有效,还需要通 过一系列的技术过程进行确认。该过程是如此复 杂,以至于到现在还没有一个广为接受的统一认 识,MIL-STD-810F^[4]中也只是提出了一个称之为 "等效性验证"的评价过程示例,该示例的核心 是结构的疲劳损伤等价。

实际的控制结果总是围绕着参考谱上下波 动,加速度的波动必然带来应力及其疲劳损伤评 价结果的波动,极端情况是控制误差等于控制容 差。本文旨在研究几种典型的振动控制误差模型 条件下结构疲劳损伤评价结果的变化规律,为全

文章编号: 1673-1379(2007)03-0182-05

面评价振动试验控制的有效性提供一种技术手段。首先,介绍振动试验控制过程,了解控制误差形成的原因;然后,建立控制误差与应力波动 之间的关系,并通过线性疲劳累积理论,给出应 力波动时分析评价结构疲劳损伤变化的方法;最 后针对通用试验标准推荐的控制容差范围进行数 值模拟分析。

2 振动试验控制误差的产生

振动试验响应控制时,控制目标为选定控制 点的加速度响应功率谱密度 $G_{jj}(f)$ 。控制器根据 试验要求的加速度控制参考谱 $G_{RR}(f)$ 进行均衡 修正,提供驱动电压实现对激励 $G_{xx}(f)$ 的均衡控 制。

应用随机振动理论,容易求出结构的响应功 率谱密度(PSD)为

$$G_{yy}(f) = \left| H(f) \right|^2 G_{xx}(f) , \qquad (1)$$

式中: H(f)为试件的传递函数; $G_{xx}(f)$ 、 $G_{yy}(f)$ 分别为激励力与位移响应**PSD**。

控制器第k次均衡后的驱动谱^[5]为

$$G_{xx}^{(k)}(f) = \left| H^{(k-1)}(f) \right|^{-2} \frac{G_{RR}(f)}{(2\pi f)^4} \\ \left| H^{(k-1)}(f) \right|^2 = \frac{G_{yy}^{(k-1)}(f)}{G_{xx}^{(k-1)}(f)} ; \qquad (2)$$

收稿日期: 2007-02-07; 修回日期: 2007-05-25

作者简介:朱学旺(1963-),男,研究员,主要从事复杂结构动力学及振动环境试验的研究工作。联系方式:(0816)2485406; E-mail: x.w.zhu@163.com。

相应地,位移响应为

$$G_{yy}^{(k)}(f) = \left| H^{(k)}(f) \right|^{2} G_{xx}^{(k)}(f)$$
$$= \left(\frac{\left| H^{(k)}(f) \right|}{\left| H^{(k-1)}(f) \right|} \right)^{2} \frac{G_{RR}(f)}{\left(2\pi f\right)^{4}};$$
(3)

加速度响应为

$$G_{jjj}^{(k)}(f) = \left(\frac{\left|H^{(k)}(f)\right|}{\left|H^{(k-1)}(f)\right|}\right)^{2} G_{RR}(f) .$$
(4)

可见,只有当两次均衡过程获得的传递函数 估计相同时,控制点加速度的PSD才与参考谱相 等。然而,试验过程中,传递函数是通过实测时 间历程的PSD估计,经过数学处理获得的,而实 测时间历程本身以及谱估计与数学处理过程都存 在误差,这就造成了试验中实际的控制结果总是 在参考谱附近上下波动,形成控制误差,而不可 能与参考谱完全一致。工程中常用分贝(dB)来 描述控制误差,其数学表达式为

$$\varepsilon^{(k)}\left(f\right) = 10 \lg_{10} \frac{G_{yy}^{(k)}\left(f\right)}{G_{RR}\left(f\right)} (dB).$$
(5)

试验标准对不同的试验都推荐了最大控制误差 的 范 围 —— 控 制 容 差 。 如 GJB150.16 和 MIL-STD-810F-514.5对随机振动试验的控制容差 这样规定:在低频段为±3 dB,即小于500 Hz; 高频段可以放宽为(+3 dB,-6 dB),即500~2000 Hz。海防导弹环境规范(QJ 1184.12)还增加了"在全频段加速度总均方根值的偏差不超过±15%"的要求。

3 应力波动范围的确定

应用模态叠加方法,容易获得响应位移与响 应应力的 PSD 为

$$G_{yy}(f) = H^*_{I}(f)G_{xx}(f)H^{\mathsf{T}}_{I}(f) G_{\sigma\sigma}(f) = H^*_{2}(f)G_{xx}(f)H^{\mathsf{T}}_{2}(f) , \qquad (6)$$

式中: $G_{\sigma\sigma}(f)$ 为响应应力 PSD 矩阵; $H_{I}(f)$, $H_{2}(f)$ 分别为用位移参数和应力(应变)参数表 述的传递函数矩阵; "*"、"T"分别表示复数共轭 与矩阵转置。

以 $\boldsymbol{\Phi}$ 、 $\boldsymbol{\psi}$ 、 $\boldsymbol{H}_{a}(\boldsymbol{\omega})$ 记位移模态、应力模态和

模态传递函数,则有

$$H_{I}(f) = \boldsymbol{\Phi} H_{q}(f) \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}$$
$$H_{2}(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{\psi} H_{q}(f) \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} ^{\circ}$$
(7)

据有限元理论,线弹性系统的应力响应可以 表示为^[6]

$$\sigma(t) = By(t), \qquad (8)$$

式中: B 为变换矩阵,当位移函数确定后,它便 是常数矩阵,一般情况下其逆矩阵存在; $\sigma(t)$ 为 系统的应力响应时间历程向量。

可以证明,结构的应力模态与位移模态的关系为 $\psi = B \Phi$,故有

$$\boldsymbol{G}_{\sigma\sigma}\left(\boldsymbol{f}\right) = \boldsymbol{B}\boldsymbol{G}_{yy}\left(\boldsymbol{f}\right)\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}},\qquad(9)$$

即应力响应矩阵为位移响应矩阵的相似变换。所 以,可以进一步得到

$$\frac{G_{\sigma\sigma}^{(k)}\left(f\right)}{G_{\sigma\sigma}^{(R)}\left(\omega\right)} = \frac{G_{yy}^{(k)}\left(f\right)}{G_{yy}^{(R)}\left(\omega\right)},$$
(10)

式中 $G_{yy}^{(R)}(\omega)$ 、 $G_{\omega}^{(R)}(\omega)$ 分别为与加速度参考谱对 应的响应位移PSD与应力PSD。

注意到加速度与位移之间的关系

$$G_{jjj}\left(f\right) = \left(2\pi f\right)^4 G_{jj}\left(f\right), \qquad (11)$$

可得到

$$\varepsilon^{(k)}(f) = 10 \lg \frac{G_{jjj}^{(k)}(f)}{G_{jjj}^{(R)}(f)} = 10 \lg \frac{G_{\sigma\sigma}^{(k)}(f)}{G_{\sigma\sigma}^{(R)}(f)}, \qquad (12)$$

即响应应力波动范围与加速度控制误差相同。

4 结构随机振动疲劳损伤分析

带限平稳Gaussian随机过程的峰值满足Rice 分布^[7]

$$p(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\rm rms}}} \sqrt{1-\alpha} \exp\left[\frac{-s^2}{2\sigma_{\rm rms}^2(1-\alpha)}\right] + \frac{s\sqrt{\alpha}}{2\sigma_{\rm rms}^2} \left[1 + F_{\rm eff}\left(\frac{s}{\sigma_{\rm rms}}\sqrt{\frac{\alpha}{2(1-\alpha)}}\right)\right] \exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma_{\rm rms}^2}\right);$$
(13)

式中: σ_{ms} 为应力谱的总均方根值; α 为谱型不规则因子,

$$\alpha = \frac{\left(\int_{0}^{\infty} f^{2} G_{\sigma\sigma}\left(\omega\right) \mathrm{d}f\right)^{2}}{\left(\int_{0}^{\infty} G_{\sigma\sigma}\left(f\right) \mathrm{d}f\right)\left(\int_{0}^{\infty} f^{4} G_{\sigma\sigma}\left(f\right) \mathrm{d}f\right)}; \qquad (14)$$

$$F_{\text{erf}}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{x} e^{-t^{2}} dt$$
为误差函数。
引入变量代换 $x = \frac{s}{\sigma_{\text{rms}}}$, $s = \sigma_{\text{rms}} x$, 可得到

$$p(s) = p(\sigma_{\rm ms} x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\rm ms}} \sqrt{1-\alpha} \exp\left[\frac{-x^2}{2(1-\alpha)}\right] + \frac{x\sqrt{\alpha}}{2\sigma_{\rm ms}} \left[1 + F_{\rm erf}\left(x\sqrt{\frac{\alpha}{2(1-\alpha)}}\right)\right] \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) .$$
(15)

对于高斯窄带过程, $\alpha = 1$, 此时峰值满足如下的 Rayleigh 分布:

$$p(s) = \frac{s}{\sigma_{\rm rms}^2} \exp(-\frac{s^2}{2\sigma_{\rm rms}^2})$$
$$p(\sigma_{\rm rms}x) = \frac{x}{\sigma_{\rm rms}} \exp(-\frac{x^2}{2}) \qquad (16)$$

当 α =0时,峰值满足 Gaussian 分布。一般 0 $\leq \alpha \leq 1$,峰值满足(13)式给出的 Rice 分布。

按 Miner 准则,结构的随机振动疲劳损伤累积为

$$D = Tn \int \frac{p(s)}{N(s)} \mathrm{d}s \quad , \tag{17}$$

式中:
$$n = \left(\frac{\int_{0}^{\infty} f^{4}G_{\sigma\sigma}(f)df}{\int_{0}^{\infty} f^{2}G_{\sigma\sigma}(f)df}\right)^{\frac{1}{2}}$$
为峰值频率; t 为振

动作用时间; N(s)为在等幅应力s作用下材料发 生疲劳破坏时的循环次数,可采用 Basquin 关系 $N(s)s^m = \kappa$ 描述, $m \in \kappa$ 为由疲劳试验确定的 材料常数。

式(17)可以改写为

$$D = \frac{Tn}{\kappa} \int s^m p(s) ds = \frac{Tn\sigma_{\rm rms}^{m+1}}{\kappa} \int x^m p(\sigma_{\rm rms} x) dx \quad (18)$$

将控制误差对疲劳损伤的影响表示为响应应 力与参考谱应力的疲劳损伤比值(时间相同)是

$$\frac{D_{\text{test}}}{D_{\text{ref}}} = \frac{n_1 \int s_1^m p(s_1) ds_1}{n_0 \int s_0^m p(s_0) ds_0} = \frac{n_1 \sigma_{1\text{rms}}^{m+1} \int x_1^m p(\sigma_{1\text{rms}} x_1) dx_1}{n_0 \sigma_{0\text{rms}}^{m+1} \int x_0^m p(\sigma_{0\text{rms}} x_0) dx_0} , (19)$$

式中的下标 0、1 分别表示与参考谱和响应控制谱 对应的量。

当应力峰值满足 Rayleigh 分布,且仅考虑 $3\sigma_{ms}$ 峰值的疲劳损伤时,(19)式可以简化为

$$\frac{D_{\text{test}}}{D_{\text{ref}}} = \frac{n_1 \sigma_{1\,\text{rms}}^m}{n_0 \sigma_{0\,\text{rms}}^m} \,\,. \tag{20}$$

忽略峰值频率的差异,式(20)可进一步简化 为工程中常用的疲劳损伤等价关系:

$$\frac{D_{\text{test}}}{D_{\text{ref}}} = \frac{\sigma_{1\,\text{ms}}^m}{\sigma_{0\,\text{ms}}^m} \,\,. \tag{21}$$

5 数值模拟

以基础激励下简支梁的响应控制为例,讨论 几种典型的控制误差模型条件下疲劳损伤的波动 变化。分析中取材料常数 *m*=8,这对多数航空材 料是适合的^[8]。

(1) 算例 1—___阶跃函数控制误差模型

$$\varepsilon_1^{(k)}(f) = \begin{cases}
+NdB,10Hz \le f \le 600Hz \\
0dB,600Hz < f \le 1200Hz \\
-NdB,1200Hz < f \le 2000Hz
\end{cases}$$

图 1 为应力参考谱与阶跃函数误差模型下的 应力 PSD 波动 (*N*=3)。表 1 列出了相应的疲劳损 伤估计的相对变化。



- 图 1 应力参考谱与阶跃函数误差模型下的应力 PSD 波动(N=3)
- Fig.1 PSD curves of reference stress and the fluctuation under step tolerance model (N=3)

表1 阶跃函数误差模型对应的疲劳损伤分析结果

 Table 1
 Fluctuation of fatigue damage under step tolerance model

控制误	均方根		$D_{\text{test}} / D_{\text{ref}}$		
差参数	(rms)	п	(19)*	(20)	(21)
参考谱	65.9	670	1	1	1
<i>N</i> =-3	48.4	807	0.10	0.10	0.08
N=-2	53.5	758	0.21	0.21	0.18
<i>N</i> =-1	59.3	713	0.46	0.45	0.43
N=3	91.3	556	11.1	11.2	13.5
N=2	81.8	592	4.93	4.97	5.63
<i>N</i> =1	73.3	630	2.20	2.22	2.36

*表1中,(19)、(20)、(21)表示分别采用式(19)~式(21)获得的 疲劳损伤比较结果。表2同。 可以看出,阶跃函数误差造成的疲劳损伤变 化从 0.1~11 倍参考值,变化超过两个量级; ± 1dB 阶跃函数误差也会带来 0.46~2.2 倍的疲劳损 伤波动; ± 2dB 阶跃函数误差带来的疲劳损伤变 化为 0.21~4.93 倍。造成这种现象的主要原因是 共振频率及其附近响应应力的波动对疲劳损伤的 评价结果影响较大,共振峰值应力对总均方根值 的贡献取决定性作用。正因为如此,在以共振考 核为主的试验中,控制容差的要求通常严格得多, 如正弦试验规范容差多规定为±10%。

$$\mathcal{E}_{2}^{(k)}(f) = 3 \times R_{n}(-1,1)$$

$$\mathcal{E}_{3}^{(\kappa)}(f) = 3 \times (R_{n}(-1,1) + Q)/2$$

上式中, $R_n(-1,1)$ 为峰值范围是(-1,1)的正态随机数。

图 2 给出了 $\varepsilon_2^{(k)}(f)$ 对应的应力波动,其控制 误差范围是±3 dB,相应的疲劳损伤变化见表 2。 表 2 还列出了 Q=0,±1,±0.6 dB 时控制误差为 $\varepsilon_3^{(k)}(f)$ 时的疲劳损伤变化结果,对应的控制误差 分别是±1.5 dB、 0~3 dB、-3~0 dB、-0.6~+2.4 dB 和-2.4~+0.6 dB。





表 2 随机函数误差模型对应的疲劳损伤分析结果 Table 2 Fluctuation of fatigue damage under random tolerance model

控制误	$rac{\sigma_{_{1rms}}}{\sigma_{_{0rms}}}$	п	$D_{\text{test}}/D_{\text{ref}}$			
差参数			(19)	(20)	(21)	
参考谱	65.9	670	1	1	1	
$\pm 3 dB$	1.032	667	1.28	1.28	1.29	
$\pm 1.5 dB$	0.992	671	0.95	0.94	0.94	
Q=0.6	1.088	675	1.98	1.97	1.96	
Q=1	1.176	672	3.67	3.66	3.66	
Q=-0.6	0.906	668	0.45	0.45	0.45	
Q=-1	0.845	669	0.26	0.26	0.26	

可以看出,随机模型时,控制误差为±3 dB 时,结构的疲劳损伤结果为参考值的 1.28 倍;控 制误差为±1.5 dB 时,结构的疲劳损伤结果为参 考值的 0.95 倍;控制误差为 0~3 dB 时,疲劳损 伤比值为 3.67;控制误差为-3~0 dB 时,疲劳损 伤比值为 0.26;控制误差为-0.6~+2.4 dB 时,疲劳 损伤比值为 1.98;控制误差为-0.6~+2.4 dB 时,疲劳 损伤比值为 0.45。换句话说,同样是满足±3 dB 容差要求的试验控制结果,即使误差模型均为随 机函数,其对结构的疲劳损伤考核程度也可能相 差 10 倍以上。另外,即使是限制总均方根值的误 差在 10%以内,疲劳损伤的偏差也可能在 0.45~ 1.98 倍参考值范围内变化。

需要指出的是,由于随机数 R_n (-1,1) 的不确 定性,表中列出的结果只反映了一种可能性。疲 劳损伤结果的随机性正好反映了实际试验控制误 差的多样性。

以上两个算例已经能够说明控制误差满足 ±3dB 的容差要求并不能保证结构的疲劳损伤考 核在设定的参考值附近,也就是说,控制误差满 足容差要求只是疲劳损伤等效的必要条件而不是 充分条件。综合阶跃函数误差与随机函数误差模 型下结构的疲劳损伤评价可以看出,同样为 ±3dB的误差,疲劳损伤的相对比较可以达到100 倍以上的差异。为全面评价控制误差的疲劳损伤 等效作用,表2还列出了响应的能量比较。简单 分析便可以发现,总均方根值的偏离是造成疲劳 损伤估计偏差的根本原因,因此式(19)~(21)获得 的损伤估计相差不大。所以,全面评价控制误差 的动力学效应,除了要考虑容差范围,还要考虑 总均方根值的偏差。GJB 150 中未明确给出控制 误差的总均方根值,无疑会对试验评价造成一定 的难度;而 QJ 1184 给出的总均方根值±15%的 偏差,相应的疲劳损伤偏差可能达到10倍以上。

6 结论与讨论

通过对振动试验控制过程的分析,说明了加 速度控制误差的客观存在;建立了控制误差与响 应应力波动之间的对应关系;提出了分析控制容 差带来的结构疲劳损伤考核波动的方法。数值模 拟表明,通用试验标准中推荐的随机振动试验加 速度控制容差±3 dB是试验有效的必要条件而非 充分条件,不同的±3 dB误差模型对应的疲劳损 伤考核估计结果相差可能达到100倍以上。因此, 全面评价试验控制误差需要考虑控制结果的PSD 幅值偏差与总均方根值偏差。

文中结果仅对简支梁的应力响应分析得到。 对于复杂结构,根据其结构动力学特性的不同, 响应应力及相应的疲劳损伤估计会有差异。只要 能够准确描述响应应力的PSD,采用本文方法同 样可以分析控制误差的疲劳损伤效应。

参考文献(References)

- 张俊刚, 庞贺伟. 振动试验中力限控制技术[J]. 航天 器环境工程, 2005, 22(5): 253-256 [Zhang Jungang, Pang Hewei, The force limited control technique in vibration test[J]. Spacecraft Environment Engineering, 2005, 22(5):253-256]
- [2] 姜节胜, 高跃飞, 顾松年. 环境振动试验技术的若干 新进展[J]. 机械强度, 2005, 27(3): 307-311[Jiang Jiesheng, Gao Yuefei, Gu Songnian. Some new developments of vibration environment experiment[J]. Journal of Mechanical Strength, 2005, 27(3): 307-311]
- [3] 陈幼玲,朱学旺,朱长春. 工程因素对结构振动环境 试验响应的影响[J]. 中国工程科学, 2006, 8(12):
 62-65[Chen Youling, Zhu Xuewang, Zhu Changchun,

Effects of engineering factors on structure response in vibration test[J]. Engineering Science, 2006, 8(12): 62-65]

- [4] MIL-STD-810F, 国防部试验方法标准-环境工程考 虑和实验室试验[S][MIL-STD-810F, Test methods standard for environmental engineering considerations and laboratory tests[S]]
- [5] 蒋瑜,陈循,陶俊勇,等. 超高斯伪随机振动激励信号的生成技术[J]. 振动工程学报, 2005, 18(2):179-183
 [Jiang Yu, Chen Xun, Tao Junyong, et al. The technique of gernerating super-Gaussian and quasi-random vibration exciting signals[J]. Journal of Vibration Engineering, 2005, 18(2):179-183]
- [6] 陆秋海,周舟,李德葆,等.结构应变模态辨识的特征系统实现方法[J]. 机械强度 2004, 26(1):1-5[Lu Qiuhai, Zhou Zhou, Li Debao, et al. Structural strain modes idetification method by eigensysten realization algorithm[J]. Journal of Mechanical Strength, 2004, 26(1): 1-5]
- [7] Benasciutti D, Tovo R. Spectral methods for lifetime prediction under wide-band stationary random processes[J], International Journal of Fatigue, 2005, 27: 867-877
- [8] Lalanne C. Mechanical vibration and shock IV: fatigue d amage volume[M],. Hermes Penton Ltd, 2000: 86-88