

某结构在振动-加速度复合环境下的响应优化

王东升, 钟继根, 周桐

(中国工程物理研究院 总体工程研究所, 绵阳 621900)

摘要: 文章以结构的安装角为设计变量, 根据结构安装位置的合理性来确定设计变量的约束条件。以结构关键部位的加速度均方根值作为目标函数, 建立了随机振动-加速度复合载荷作用下基于安装角的某结构响应优化模型。应用 ANSYS 软件中的参数化设计语言 (APDL) 实现了离心场中结构随机振动响应对安装角度的灵敏度分析及优化。优化后的结构振动响应降低了。

关键词: 振动; 加速度; 复合环境; 优化

中图分类号: V416.2; O328

文献标识码: A

文章编号: 1673-1379(2012)02-0139-05

DOI: 10.3969/j.issn.1673-1379.2012.02.005

0 前言

航空航天飞行器结构往往要承受大范围的振动-加速度复合环境作用, 而这类复合环境又具有静、动载荷共同作用的特点。近年来将振动台置于离心机吊篮内, 由离心机提供定轴转动, 同时由振动台提供随机激励, 以此来达到静、动载荷对结构共同作用, 这种复合环境试验技术受到学术和工程界的广泛重视, 成为振动环境工程和结构力学研究的一个热点^[1-2]。随着试验技术的不断发展, 定轴转动与随机激励下的动力学灵敏度分析变得日益迫切, 它对于结构设计、复合试验设计及结构的动力学优化具有重要意义。

灵敏度即导数信息, 它反映的是设计变量或参数的改变对目标或约束函数的影响。在结构优化设计中, 灵敏度信息被用于确定最优解的搜索方向, 来建立近似方程或构造优化迭代计算公式或进行结构动力设计修改。航空航天器电子设备在系统中安装位置 (包括相对总体坐标的转角) 的改变将对系统的质量刚度分布及受载情况造成影响, 而这种影响在动力学方程中表现为载荷和频响特性的改变。因此电子设备在飞行器中的安装位置对其响应的影响是动力学灵敏度分析及优化设计中的常见课题。

目前国内外在固有频率对安装位置的灵敏度分析及优化方面开展的工作较多。文献[3-4]利用

有限单元的形函数推导出了基于结构固有频率的支撑位置灵敏度公式, 并在此基础上提出了一种渐进的支撑位置优化方法。文献[5]通过调整附加支撑位置以使悬臂梁的基频最大。文献[6]通过调整支撑位置来优化平板的基频。文献[7]引入广义遗传算法解决了带有弯曲刚度的支撑位置的优化问题。文献[8]针对某典型结构振动响应对安装位置开展了灵敏度分析及优化工作。目前国内外已开展的工作研究对象基本上都是单一振动载荷作用下的梁、板等简单结构, 设计变量也没有考虑安装角度参数。关于振动-加速度复合载荷作用下针对复杂结构的响应灵敏度分析及优化的文献还难以见到。

本文对某一典型结构进行了振动-加速度复合环境作用下的振动响应分析及优化。结构的坐标定义: 水平方向为 x 轴, 垂直方向为 y 轴, 结构与水平方向成 α 角安装。在 y 向对结构同时施加振动和加速度载荷。以结构安装角 α 为设计变量, 根据结构安装位置的合理性来确定设计变量的约束条件, 以结构关键部位的加速度均方根值作为目标函数, 建立了该结构在随机振动-加速度复合载荷作用下基于安装角度的响应优化模型。应用 ANSYS 软件中的参数化设计语言 (APDL) 实现了离心场中结构随机振动响应对安装角度的灵敏度分析及优化, 分析发现优化后的结构振动响应降低了。

收稿日期: 2011-10-20; 修回日期: 2011-11-25

基金项目: 中国工程物理研究院“十二五”装备预研项目“复杂夹具结构多领域仿真与综合优化设计技术研究”

作者简介: 王东升 (1972—), 男, 高级工程师, 主要从事结构动力学的优化设计工作。E-mail: 361480936@qq.com。

1 有限元预应力模态分析方法

加速度环境下的模态分析在有限元分析中为预应力模态分析。振动-加速度复合环境作用下响应分析的实质,是在进行模态分析时,根据转动弱化和应力刚度理论,需要考虑由于定轴转动引起的结构几何特性的变化以及初始应力状态的改变所带来的影响,在此基础上采用模态迭加原理和随机振动理论进行基础随机激励下的动态响应分析。

在通常的模态分析中,一般基于小变形假设得到结构的动力特征方程,即

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\{\Phi\} = \{0\}, \quad (1)$$

式中: \mathbf{K} 、 \mathbf{M} 分别为结构总刚度矩阵和质量矩阵。

但在转动作用下,结构的几何特性将发生变化,特别是对于薄壁或薄壳结构这种变化可能很显著,从而给模态分析结果带来影响,这就是旋转弱化影响问题。然而小变形分析却不能直接对这种基于几何特性的改变所带来的影响加以考虑。根据旋转弱化理论,假设旋转弱化影响只发生在旋转面内,而不发生在旋转面的法向上,则可通过修正刚度矩阵来处理旋转弱化问题。对于三维情形,修正后的等效刚度 $\bar{\mathbf{K}}$ 的各元素与 \mathbf{K} 的关系为

$$\bar{K}_{xx} = K_{xx} - (\omega_y^2 + \omega_z^2)M_{xx}, \quad (2)$$

$$\bar{K}_{yy} = K_{yy} - (\omega_x^2 + \omega_z^2)M_{yy}, \quad (3)$$

$$\bar{K}_{zz} = K_{zz} - (\omega_x^2 + \omega_y^2)M_{zz}, \quad (4)$$

$$\bar{K}_{xy} = K_{xy}, \quad \bar{K}_{yz} = K_{yz}, \quad \bar{K}_{zx} = K_{zx}, \quad (5)$$

式中: ω_x 、 ω_y 、 ω_z 分别为关于 x 、 y 、 z 轴的旋转角速度。

另一方面,转动还导致结构具有初始应力状态,根据应力刚度理论,初始应力状态将引起结构刚性的加强或减弱。考虑初始应力状态的影响的方法是生成一种附加刚度矩阵,即应力刚度矩阵,该矩阵与常规矩阵相加得到总体刚度矩阵。对于三维实体单元,应力刚度矩阵为

$$[S_i] = \begin{bmatrix} S_0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & S_0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & S_0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中 $S_0 = \int_V \mathbf{s}_g^T \mathbf{s}_m \mathbf{s}_g dV$, 式中: \mathbf{s}_g 、 \mathbf{s}_m 分别为单元的形函数导数矩阵和初始应力状态矩阵。

结构的总体应力刚度矩阵 \mathbf{S} 由各单元的应力刚度矩阵迭加得到。综合考虑转动弱化和应力刚度的影响,结构的动力特征方程由式(1)改变为

$$[(\bar{\mathbf{K}} + \mathbf{S}) - \omega^2 \mathbf{M}]\{\Phi\} = \{0\}. \quad (7)$$

2 基础随机激励下结构响应功率谱分析

利用式(7)的模态分析结果进行随机振动响应分析。基础激励下结构有限元振动方程为

$$\mathbf{M}\{\ddot{\mathbf{u}}\} + \mathbf{C}\{\dot{\mathbf{u}}\} + (\bar{\mathbf{K}} + \mathbf{S})\{\mathbf{u}\} = \{0\}. \quad (8)$$

将式(8)按非约束自由度和受基础随机激励的约束自由度写成分块形式,则有

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ff} & \mathbf{M}_{fr} \\ \mathbf{M}_{rf} & \mathbf{M}_{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_f \\ \dot{\mathbf{u}}_r \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{ff} & \mathbf{C}_{fr} \\ \mathbf{C}_{rf} & \mathbf{C}_{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_f \\ \dot{\mathbf{u}}_r \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ff} & \mathbf{K}_{fr} \\ \mathbf{K}_{rf} & \mathbf{K}_{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_f \\ \mathbf{u}_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}. \quad (9)$$

非约束自由度的位移可分和动态位移 $\{\mathbf{u}_d\}$ 两部分:

$$\{\mathbf{u}_f\} = \{\mathbf{u}_s\} + \{\mathbf{u}_d\}$$

准静态位移由式(9)通过忽略惯性项和阻尼项,则

$$\{\mathbf{u}_s\} = -\mathbf{K}_{ff}^{-1} \mathbf{K}_{fr} \{\mathbf{u}_r\}$$

将式(10)、式(11)代入式(9)并假设小阻尼状态,则动态位移满足

$$\mathbf{M}_{ff} \{\ddot{\mathbf{u}}_d\} + \mathbf{C}_{ff} \{\dot{\mathbf{u}}_d\} + \mathbf{K}_{ff} \{\mathbf{u}_d\} \cong -(\mathbf{M}_{ff} \mathbf{A} + \mathbf{M}_{fr}) \{\ddot{\mathbf{u}}_r\}. \quad (12)$$

利用模态振型矩阵 Φ , 假设 N 为求解的模态振型个数,令

$$\{\mathbf{u}_d(t)\} = \Phi \{y(t)\}, \quad (13)$$

将式(13)代入式(12),则得到模态坐标下 N 个非耦合的对应单自由度系统的二阶常微分方程为

$$\ddot{y}_j + 2\xi_j \omega_j \dot{y}_j + \omega_j^2 y_j = G_j, \quad (j=1, 2, \dots, N). \quad (14)$$

第 j 阶模态振动载荷 G_j 为

$$G_j = -\{\phi_j\}^T (\mathbf{M}_{ff} \mathbf{A} + \mathbf{M}_{fr}) \{\ddot{\mathbf{u}}_r\} = \{\Gamma_j\}^T \{\ddot{\mathbf{u}}_r\}. \quad (15)$$

根据多输入系统的输入输出功率谱关系,可以求得第 j 阶模态振动方程(14)的总响应功率谱,由此得到实际物理坐标系下第 i 个自由度的响应加速度功率谱为

$$S_{d_i}(\omega) = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \phi_{ij} \phi_{ik} \left[\sum_{l=1}^{r_l} \sum_{m=1}^{r_l} \Gamma_{lj} \Gamma_{mk} H_{jl}^*(\omega) H_{km}(\omega) \hat{S}_{l,m}(\omega) \right] \quad (16)$$

根据式(11)可得到准静态位移的响应加速度功率谱计算式为

$$S_{s_i}(\omega) = \sum_{l=1}^{r_l} \sum_{m=1}^{r_l} A_{il} A_{im} \left(\frac{1}{\omega^4} \hat{S}_{lm}(\omega) \right) \quad (17)$$

由式(16)和式(17)可得振动响应的总均方根值为

$$\sigma_R^2 = \int_0^\infty S_{d_i}(\omega) d\omega + \int_0^\infty S_{s_i}(\omega) d\omega \quad (18)$$

3 振动响应优化方法

振动-加速度复合环境作用下的振动响应优化方法为: 首先通过确定设计变量、约束条件及目标函数建立优化问题的数学模型; 然后再通过优化算法进行优化求解。优化求解是一个不断迭代的过程, 直至收敛并获得最优解。在每一次优化迭代中均要进行随机振动分析, 首先进行的是预应力模态分析, 然后采用振型叠加法求解加速度均方根值。优化方法采用的是 ANSYS 程序中的一阶方法, 该方法是基于目标函数对设计变量的灵敏度分析, 适用于精确的优化分析。

3.1 设计变量

将结构的安装角作为设计变量, 则设计变量为

$$\mathbf{X} = [\alpha] \quad (19)$$

3.2 约束条件

约束条件通常包括材料、几何参数、强度、刚度和质量约束, 本文只考虑安装角的约束。安装角约束的作用是保证产品安装、与其他部件连接合理性和工艺合理性。约束条件可表示为

$$\mathbf{X} \in [\alpha_{\min}, \alpha_{\max}], \quad (20)$$

式中: α_{\min} 为安装角的下限; α_{\max} 为安装角的上限。

3.3 目标函数

在随机振动载荷作用下, 以结构上某点加速度均方根响应为优化目标, 可建立函数

$$A(X) = (a - a^*)^2, \quad (21)$$

式中: a 为初始设计的结构上某点的加速度响应均方根值; a^* 为结构上某点允许的最大加速度响应均方根值。若函数 $A(X)$ 越小, 则结构上该点的加速度

均方根响应与设计要求值的差就越小。因此, 在随机振动载荷作用下优化结构上某点加速度均方根响应的目标函数为

$$\min A(X) = (a - a^*)^2 \quad (22)$$

3.4 优化的数学模型

结构在随机振动载荷作用下的响应优化问题可以描述为:

- 1) 求设计变量 $\mathbf{X} = [\alpha]$;
- 2) 满足约束条件 $\mathbf{X} \in [\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$;
- 3) 使得目标函数 $A(X) \rightarrow \min$ 。

3.5 优化算法

由于结构动力响应优化设计问题的目标函数及约束都是设计变量的隐函数或复合函数, 具有高度的非线性, 因此其求解方法的选择对于求解的成功和效率尤为重要。本文采用 ANSYS 软件作为优化设计的平台并利用其中的一阶方法进行优化求解。一阶方法通过对目标函数添加惩罚函数将问题转化为无约束最优化问题, 采用序列无约束极小化方法 (SUMT) 求解。

利用约束条件式(20)构造惩罚函数

$$G(X, r_k) = r_k [(\alpha_{\min} - \alpha)^2 (\alpha - \alpha_{\max})^2]^{-1}, \quad (23)$$

式中: $G(X, r_k)$ 为内罚函数; r_k 为第 k 步迭代时的惩罚因子。

利用式(21)和式(23)构造一个新的目标函数

$$P(X, r_k) = A(X) + G(X, r_k) \\ = (a_i - a_i^*)^2 + r_k [(\alpha_{\min} - \alpha)^2 (\alpha - \alpha_{\max})^2]^{-1} \quad (24)$$

式(23)为正值, 当 α 的取值越接近边界 α_{\min} 、 α_{\max} 时, $G(X, r_k)$ 的值将急剧增大, 这相当于给予企图穿越约束边界条件的点的一种惩罚, 从而保证在迭代中设计变量总是从内点出发并保持在可行域内部进行搜索。惩罚因子 r_k 是一个递减的正值数列, 随着 r_k 的取值不断趋近于 0, $G(X, r_k)$ 也趋近于 0, 从而使求 $P(X, r_k)$ 的极小值问题等价于求原目标函数 $A(X)$ 的极小值问题。

4 某结构在振动-加速度复合环境作用下的响应优化

4.1 有限元模型的建立

结构及有限元模型如图1、图2所示。中间部位

的结构为电子产品的模拟件，其通过减振器与L形支架联接。电子产品模拟件、L形支架、底座均采用shell63壳单元，减振器采用beam188三维梁单元。壳单元的材料为Q235钢，密度 ρ 为 $7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ，弹性模量 E 为200 GPa，泊松比 μ 为0.3。为了使梁单元的刚度与减振器接近，对材料参数进行了修正，材料密度 ρ 为 $7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ，弹性模量 E 为0.1 GPa，泊松比 μ 为0.3。模型节点数3 226，单元数3 067。

边界条件选取底座下表面的节点为固支。随机振动基础激励载荷条件为：频率范围10~2 000 Hz，功率谱密度 $0.002 71 \text{ g}^2/\text{Hz}$ ，加速度均方根值 2.0 g 。线加速度载荷为 10 g 。随机振动与线加速度载荷方向相同。

4.2 优化模型的建立

设计变量为结构的安装角 α ，约束条件为 $0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$ 。电子产品上的关键点（图2中有限元模型坐标原点处）的 y 方向加速度响应均方根值 $A(\alpha)$ 做为目标函数。结构在随机载荷作用下的响应优化问题可以描述为：求设计变量角 α ，满足约束条件 $0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$ ，使得目标函数 $A(\alpha) \rightarrow \min$ 。



图1 结构图
Fig. 1 The test structure

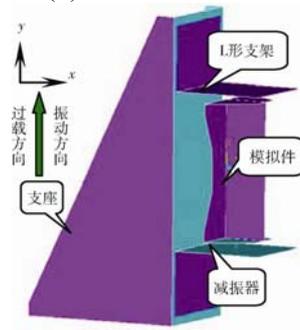


图2 有限元模型图
Fig. 2 Finite element model

4.3 模态及振动响应分析结果

加速度场中结构的前6阶模态分析结果见表1，可以看出加速度场中不同安装角度下结构的模态频率差别很小。在载荷频率范围10~2 000 Hz内结构的模态非常丰富，但大多数模态对随机振动的响应贡献都很小。图3为振动-加速度载荷作用下结构关键点处的加速度功率谱曲线，可以看出响应的贡献主要来源于第5、第6阶模态，相应的模态振型见图4、图5。第5阶模态是模拟件上下振动，第6阶模态是L形支架的弯曲振动。关键点处的振动响应分

析结果见表2，可以看出随着安装角度的增大，关键点处的主振向（ y 向）加速度响应下降。

表1 模态频率
Table 1 Modal frequencies

模态序号	安装角		
	0°	15°	30°
1	17.324	17.324	17.315
2	17.332	17.324	17.324
3	23.210	23.210	23.211
4	23.859	23.854	23.848
5	52.252	52.254	52.257
6	173.149	173.150	173.151

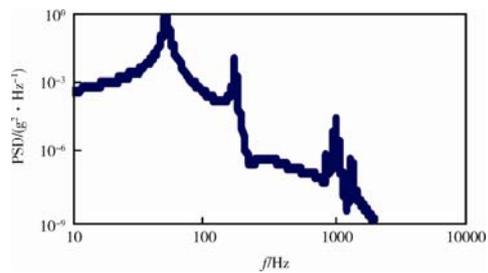


图3 振动-加速度复合载荷下30°安装角时结构关键点处加速度功率谱

Fig. 3 Acceleration spectrum at key points on test structure with a fix angle of 30° under vibrafuge

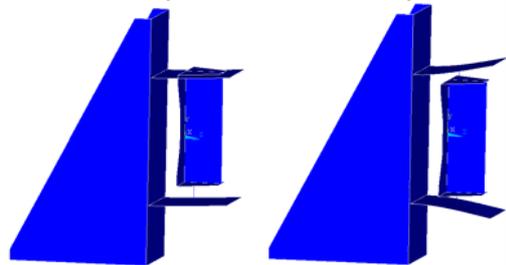


图4 第5阶振型
图5 第6阶振型
Fig. 4 No.5 modal shape Fig. 5 No.6 modal shape

表2 关键点处加速度均方根值
Table 2 RMS acceleration at key points

安装角/(°)	加速度均方根值/g
0	2.004 8
1	2.004 5
5	1.996 9
15	1.935 7
30	1.740 0

4.4 灵敏度分析及响应优化结果

对结构在离心场中随机振动加速度均方根值对安装角的灵敏度进行了分析。不同安装角度下的灵敏度见表3。随着安装角的增大，灵敏度绝对值增大。响应优化结果为30°安装角时响应最小为 1.74 g 。

表3 振动加速度对安装角的灵敏度
Table 3 Sensitivity of acceleration to fix angle

安装角度/(°)	灵敏度/[g·(°) ⁻¹]
1	-0.000 571
5	-0.003 195
15	-0.009 239
30	-0.017 590

5 结束语

本文对航天器中某一典型结构开展了振动-加速度复合环境作用下的模态分析、振动响应灵敏度分析及优化研究。获得了振动-加速度复合环境作用下的以结构安装角为设计变量的振动响应优化结果, 该方法可用于振动-加速度复合环境下结构的环境适应性设计与评估。

参考文献 (References)

- [1] 贺云波, 简林柯, 林廷圻, 等. 复合离心机振动台系统的研究现状[J]. 中国机械工程, 1999, 10(5): 576-579
He Yunbo, Jian Linke, Lin Tingqi, et al. State-of-the-art of systems combining centrifuge with table vibrator[J]. China Mechanical Engineering, 1999, 10(5): 576-579
- [2] 余建军, 闫桂荣, 徐君, 等. 离心力-振动复合动力学环境的仿真[J]. 系统仿真学报, 2001, 13(6): 726-735
Yu Jianjun, Yan Guirong, Xu Jun, et al. Simulation of centrifugal and vibration compound dynamical environment[J]. Journal of System Simulation, 2001, 13(6): 726-735
- [3] Wang Dong, Jiang J S, Zhang W H. Optimization of support positions to maximize the fundamental frequency of structures[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004, 61(10): 1584-1602
- [4] Wang Dong. Optimization of support positions to minimize the maximize deflection of structures[J]. International Journal of Solids and Structures, 2004, 41(26): 7445-7458
- [5] Kesson B, Olhoff N. Minimum stiffness of optimally located supports for maximum value of beam eigenfrequencies[J]. Journal of Sound and Vibration, 1988, 120(3): 457-490
- [6] Son J H, Kwak B M. Optimization of boundary conditions for maximum fundamental frequency of vibration structures[J]. AIAA Journal, 1993, 31(12): 2351-2357
- [7] 蹇开林, 燕乐纬, 朱学旺. 基于遗传算法的结构支撑位置优化[J]. 应用力学学报, 2007, 24(1): 306-309
Jian Kailin, Yan Lewei, Zhu Xuewang. Optimization for support position based on genetic algorithm[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2007, 24(1): 306-309
- [8] 王东升, 周桐, 朱长春. 基于安装位置的某电子产品振动响应优化[J]. 应用力学学报, 2007, 24(z1)
Wang Dongsheng, Zhou Tong, Zhu Changchun. Vibration optimization for electronic product based on install position[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2007, 24(z1)

Optimization of structure response under vibrafuge environment

Wang Dongsheng, Zhong Jigen, Zhou Tong

(Institute of System Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, China)

Abstract: An optimized model of a structure under vibrafuge environment is built with the fix angle as the design variable. At the same time, the rationality of the fix position is used as the restrictive condition and the RMS value of the acceleration at key points is used as the objective function. The parameter design language (APDL) of ANSYS is applied to perform the sensitivity analysis and the optimization of the structural vibration response under the centrifuge field. The vibration response is obtained after the optimization.

Key words: vibration; acceleration; vibrafuge environment; optimization