

正弦扫频速率对结构响应的影响分析

高强, 吴艳红, 栾金泽, 李京霖

(航天科工空间工程发展有限公司, 北京 100854)

摘要: 正弦扫频振动试验是考核飞行器结构在低频段性能的重要手段, 工程人员亦可根据扫频激励下的结构响应信息对有限元模型进行修正。但正弦扫频振动是非稳态振动, 尤其在共振区, 结构响应特性与软件预示的稳态响应特性间存在差异, 不利于模型修正。文章通过数值积分方法研究单自由度系统在正弦扫频激励下的响应特性, 发现在正弦扫频激励下, 系统最大响应减小、峰值频率发生偏移; 而后推导了一个量纲为 1 的扫频参数 η , 得到了结构响应特性与 η 的近似关系式。使用此关系式, 可在正弦振动前根据试验精度需要设置合理的扫频速率, 也可在试验后对得到的结构响应数据进行修正。

关键词: 正弦扫频振动; 响应特性; 扫频参数; 模型修正

中图分类号: TU317; TU391

文献标志码: A

文章编号: 1673-1379(2020)03-0250-08

DOI: [10.12126/see.2020.03.007](https://doi.org/10.12126/see.2020.03.007)

The influence of sweep rate on the structure responses of sine-sweep excitations

GAO Qiang, WU Yanhong, LUAN Jinze, LI Jinglin

(CASIC Space Engineering Development Co. Ltd., Beijing 100854, China)

Abstract: The sine-sweep vibration test is one of the important ways of determining the dynamic properties of spacecraft structures in the low-frequency domain. The test data can also be used for the modification of finite element models. However, the sine-sweep vibration is not in a steady state, therefore, the structure responses might be different from those under the steady state, leading to errors in the model modification. Several numerical integration simulations are made to determine the influence of the sweep rate on the structure responses for a single-DOF system. It is found that under the sine sweep excitations, the maximum response value decreases with a shift of the peak frequency. Then, a non-dimensional sweep parameter η is proposed, and the correlation of the structure response with this parameter is obtained. The relational expression can help for the selection of a rational sweep rate before the vibration test, and also for the correction of the responses after the test.

Keywords: sine-sweep vibration test; response characteristics; sweep parameter; model modification

收稿日期: 2019-09-26; 修回日期: 2020-05-10

引用格式: 高强, 吴艳红, 栾金泽, 等. 正弦扫频速率对结构响应的影响分析[J]. 航天器环境工程, 2020, 37(3): 250-257

GAO Q, WU Y H, LUAN J Z, et al. The influence of sweep rate on the structure responses of sine-sweep excitations[J]. Spacecraft Environment Engineering, 2020, 37(3): 250-257

0 引言

在飞行器研制过程中,常通过正弦扫频振动试验来考核飞行器结构在低频段的性能^[1],亦可根据振动试验的结构响应数据得到结构主模态信息(共振频率、放大系数等)^[2-3]并进行有限元模型修正。

在正弦扫频振动中,激励频率随时间变化,因此正弦扫频振动为非稳态振动,结构响应与稳态振动响应间存在差异,具体表现为:峰值减小,正向扫频激励下峰值频率右移(逆向扫频激励下峰值频率左移)、共振峰形状扭曲,且扫频速率越高,上述特征越明显^[4-8]。因此直接使用正弦扫频振动试验数据进行有限元模型修正会引入新的误差。文献[4-8]对正弦扫频激励下的扫频响应特性进行了分析,但未得出明确的扫频响应特性与扫频速率间关系式,且未对多自由度系统的扫频特性进行研究。

本文使用数值积分方法研究单自由度系统在正弦扫频激励下的响应特性,推导了一个量纲为1的扫频参数 η ,得到了结构的响应特性与 η 的关系式;在扫频参数 η 相同,其他参数不同的情况下,系统响应特性一致。最后通过简易卫星模型证明,上述关系式亦可适用于多自由度系统在低阶模态处的扫频响应分析。

1 正弦扫频激励下的响应求解

1.1 单自由度系统

受基础激励的单自由度系统如图1所示,其固有频率 $f_0 = \omega_0/(2\pi) = \sqrt{k/m}/(2\pi)$,阻尼比 $\zeta_0 = c/2\sqrt{km}$,品质因子 $Q = 1/(2\zeta_0)$,其中: k 为系统刚度; m 为系统质量; c 为阻尼系数。

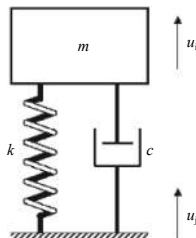


图1 单自由度系统
Fig. 1 Single-DOF system

当系统受到圆频率为 ω 的位移激励 u_j 时,系统的动力学方程为

$$m\ddot{u}_i + c\dot{u}_i + ku_i = ku_j + c\dot{u}_j, \quad (1)$$

式中 u_i 为系统的绝对位移。 u_i 与 u_j 的关系为

$$\text{Amp}(\omega) = \left| \frac{u_i(\omega)}{u_j(\omega)} \right| = \left| \frac{\ddot{u}_i(\omega)}{\ddot{u}_j(\omega)} \right| = \left[\frac{1 + (2\zeta_0\varpi)^2}{(1 - \varpi^2)^2 + (2\zeta_0\varpi)^2} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2)$$

式中: $\text{Amp}(\omega)$ 为系统的传递率函数,当激励为单位激励时, $\text{Amp}(\omega)$ 即为系统的响应; \ddot{u}_i 、 \ddot{u}_j 分别为 u_i 、 u_j 对应的加速度; $\varpi = \omega/\omega_0$,是激励频率与系统固有频率之比。设 $\varpi = \varpi_{\max}$ 时, $\text{Amp}(\omega)$ 取得最大值 Amp_{\max} ,求解式(2)可得:

$$\varpi_{\max} = \frac{\sqrt{\sqrt{1 + 8\zeta_0^2} - 1}}{2\zeta_0} = \frac{f_{\max}}{f_0} \approx 1; \quad (3)$$

$$\text{Amp}_{\max} = \left[\frac{8\zeta_0^4}{8\zeta_0^4 - 4\zeta_0^2 - 1 + \sqrt{8\zeta_0^2 + 1}} \right]^{\frac{1}{2}} \approx \frac{\sqrt{1 + 5\zeta_0^2 - 3\zeta_0^4}}{2\zeta_0}. \quad (4)$$

当 ζ_0 较小时, $\varpi_{\max} \approx 1$, $\text{Amp}_{\max} \approx \frac{1}{2\zeta_0}$ 。

1.2 线性扫频激励和对数扫频激励

线性扫频和对数扫频是实际应用中常用的正弦扫频方式。在线性扫频中,基础激励的频率变化率为 R_{linear} , Hz/min;在对数扫频中,基础激励的频率变化率为 R_{exp} , oct/min。正向扫频(由低到高扫频,下同)时,频率变化率为正数;逆向扫频(由高到低扫频,下同)时,频率变化率为负数。设扫频信号的初始频率为 f_{start} ,则线性扫频和对数扫频的频率分别为:

$$f_{\text{linear}}(t) = f_{\text{start}} + \frac{R_{\text{linear}}}{60}t; \quad (5)$$

$$f_{\text{exp}}(t) = f_{\text{start}} 2^{\frac{R_{\text{exp}}}{60}t} = f_{\text{start}} e^{\left(\frac{R_{\text{exp}} \ln 2}{60}\right)t} = f_{\text{start}} e^{bt}, \quad (6)$$

其中 $b = (R_{\text{exp}} \ln 2)/60$ 。

设基础激励 u_j 的幅值为1,则在线性和对数扫频模式下, u_j 的表达式分别为:

$$u_{j\text{-linear}}(t) = \sin \left[2\pi \int_0^t f_{\text{linear}}(\tau) d\tau \right] = \sin \left[2\pi \left(f_{\text{start}} t + \frac{R_{\text{linear}}}{60} \frac{t^2}{2} \right) \right]; \quad (7)$$

$$u_{j\text{-exp}}(t) = \sin \left[2\pi \int_0^t f_{\text{exp}}(\tau) d\tau \right] = \sin \left[2\pi \frac{f_{\text{start}}}{b} (e^{bt} - 1) \right]. \quad (8)$$

1.3 求解正弦扫频激励下系统的响应

将 u_j 的表达式(式(7)或式(8))代入系统的动力学方程(式(1)),即可求解得到系统响应 u_i 。由于 u_j 为非简谐振动,所以上述方程很难得到理论解。Cronin^[9]使用泰勒级数、傅里叶展开、固定相位法和“鞍点”法等多种方法,推导了正弦扫频激励下单自由度系统响应的近似公式。但该近似公式只适用于阻尼比很小(小于0.01)、扫频速率很慢的情况,不适合进行系统振动响应特性研究。

本文使用 Duhamel 数值积分方法求解单自由度系统在正弦扫频激励下的响应。为消除初始状态对共振峰处响应的影响,仿真时定义扫频初始频率 $f_{\text{start}}=f_0/4$ (正向扫频)或 $f_{\text{start}}=4f_0$ (逆向扫频)。

针对 $f_0=20$ Hz、 $\zeta_0=0.02$ 的单自由度系统,分别进行正向($R_{\text{exp}}=2$ oct/min、4 oct/min)、逆向($R_{\text{exp}}=-2$ oct/min、-4 oct/min)扫频激励下的系统响应计算,结果如图2和图3所示。图2为正向扫频($R_{\text{exp}}=4$ oct/min)时,系统响应与激励频率(频率随时间变化)的关系;图3为不同扫频速率下的非稳态振动与稳态振动($R_{\text{exp}}=0$)下系统响应的对比。

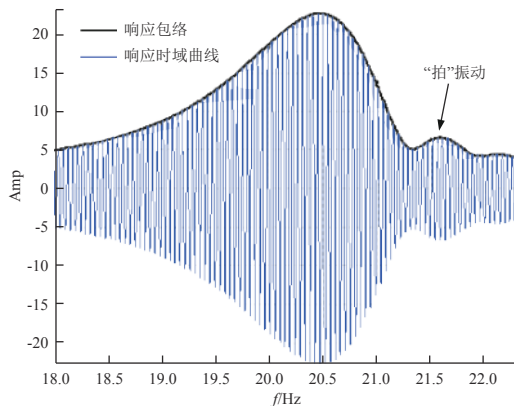


图2 正向扫频($R_{\text{exp}}=4$ oct/min)时系统响应与频率关系
Fig. 2 Response of positive exponential sweep excitation ($R_{\text{exp}}=4$ oct/min)

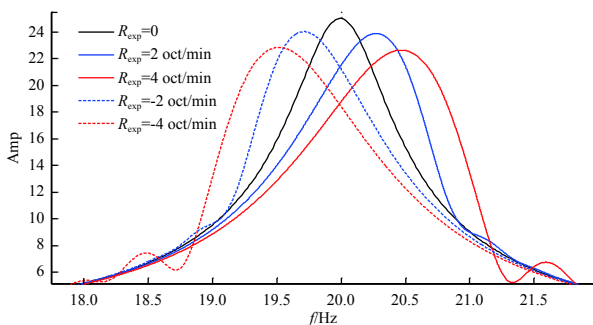


图3 非稳态与稳态振动下的系统响应对比
Fig. 3 The difference between transient response and steady response at several sweep rates

由图3可知,在正向和逆向扫频激励下,系统响应峰值减小,且共振峰形状扭曲,半功率带宽增大;正向扫频下,峰值频率增加(右移),大于共振频率 f_{max} ;逆向扫频下,峰值频率减小(左移),小于共振频率 f_{max} ;扫频速率越高,上述特征越明显。另外,在图2中,在响应峰值之后,又出现了一个小的峰值,这是由“拍”振动引起的。此处振动由两部分叠加而成,一部分是系统以共振峰处的振动状态为初始条件作有阻尼自由振动,另一部分是系统在该“拍”振动频率处作受迫振动,两部分振动的频率相近,叠加形成了“拍”振动现象。

2 扫频速率对系统响应影响的定量分析

2.1 共振响应特性

文献[10]指出,当激励频率满足 $\omega = \omega_{\text{max}}$ 时,系统会产生共振;但在实际过程中,系统的响应 $\text{Amp}(t)$ 并不会立即达到稳态最大值 Amp_{max} ,而是与振动循环周数 N_r 有关。若系统从静止开始振动(初始位移和初始速度都为0),受到频率为 $\omega = \omega_{\text{max}}$ 的简谐激励,则系统的响应近似为

$$\text{Amp}(t) = \frac{1}{2\zeta_0} \{ [\exp(-\zeta_0\omega t) - 1] \cos(\omega t) + \zeta_0 [\exp(-\zeta_0\omega t)] \sin(\omega t) \}, \quad (9)$$

式中的 $\zeta_0 [\exp(-\zeta_0\omega t)] \sin(\omega t)$ 这一项量级较小,可忽略,即

$$\text{Amp}(t) \approx \frac{1}{2\zeta_0} [\exp(-\zeta_0\omega t) - 1] \cos(\omega t). \quad (10)$$

对于 $f_0=20$ Hz、 $\zeta_0=0.05$ 的单自由度系统,其静止初始条件下的共振响应曲线如图4(a)所示。由图可知,系统的响应 $\text{Amp}(t)$ 是随着时间逐渐增大的,经过大约15个循环之后才达到稳态最大值 Amp_{max} (≈ 10)。若系统不是从静止状态开始(不失一般性,可假定系统初始速度为0,但初始位移与激励的位移幅值之比为 $\alpha \text{Amp}_{\text{max}}$,其中 $\alpha \in (-1, 1)$),则系统的响应为

$$\text{Amp}(t) \approx \frac{1}{2\zeta_0} [(1 + \alpha) \exp(-\zeta_0\omega t) - 1] \cos(\omega t). \quad (11)$$

令 $\alpha=-0.8$,系统的共振响应曲线如图4(b)所示。由图可知,系统经过大约9个循环之后即可达到稳态响应。文献[10]指出,系统阻尼比 ζ_0 越小,则响应趋于稳定所需的循环周数就越多。因此在正弦扫频

振动中, 由于激励频率随时间变化, 扫频激励在系统共振频率处停留的时间很短、循环次数较少, 以致系统响应峰值达不到稳态最大值 Amp_{max} 。

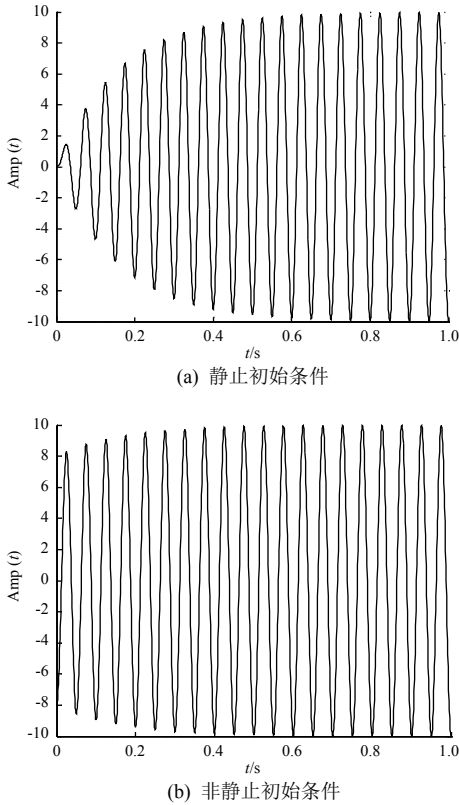


图 4 静止和非静止初始条件下的系统共振响应曲线
Fig. 4 Resonance response curve under static (a) and non-static (b) initial conditions

2.2 量纲为 1 的扫频参数

由式 (11) 可知, 当激励频率等于系统共振频率时, 系统响应 $Amp(t)$ 的值与 $\zeta_0 \omega t$ 有关。将 $\zeta_0 \omega t$ 改写为

$$\zeta_0 \omega t = 2\pi \zeta_0 f_{max} t \approx 2\pi \zeta_0 f_0 t = 2\pi \zeta_0 N_r = \frac{\pi N_r}{Q}, \quad (12)$$

其中, 系统在共振状态下的振动循环周数 $N_r = f_0 t$ 。

在正弦扫频中, 激励频率一直随时间变化, 不会一直保持在共振频率处。假定在很短的时间间隔 Δt 内, 激励频率变化较小 (如图 5 所示), 系统的响应 $Amp(t)$ 近似满足式 (11) (其中 α 是扫频到 f_1 时系统的瞬时位移响应与 Amp_{max} 之比, 此处模拟的是以 f_1 处的位移响应为初始条件进行的振动), 则有:

$$N_r = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \approx \frac{(f_1 + f_2) \Delta t}{2} = f_0 \Delta t = f_0 \frac{\Delta f}{|\beta_0|}, \quad (13)$$

式中 $\beta_0 = \frac{\Delta f}{\Delta t} = \left. \frac{df(t)}{dt} \right|_{f=f_0}$, 是激励频率在 f_0 处随时间

的变化率。定义一个量纲为 1 的扫频参数 $\eta = Q/N_r$, 则式 (12) 可改写为 $\zeta_0 \omega t = \pi N_r / Q = \pi / \eta$ 。因此, 在正弦扫频过程中系统响应 $Amp(t)$ 与 η 直接相关, 也即系统的响应特性与 η 直接相关。直观来看, η 越大, $Amp(t)$ 越小。

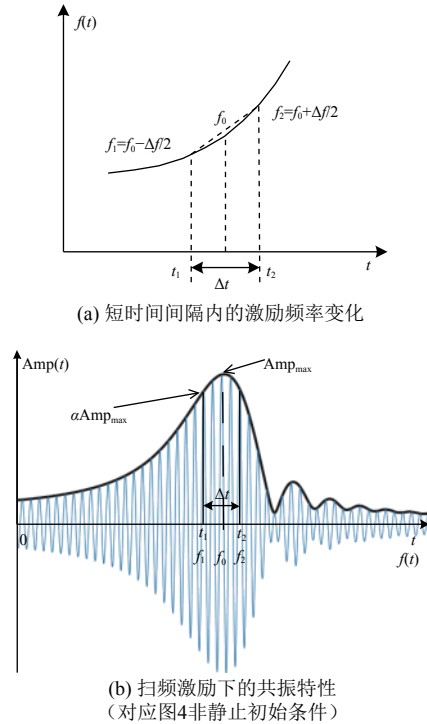


图 5 共振频带
Fig. 5 Resonance bandwidth

对于任何一种既定的正弦扫频模式, β_0 是确定的, 但式 (13) 中的 Δf 未定, 因此 N_r 和 η 无法确定。为此, 在系统阻尼比 ζ_0 较小的情况下, 可令图 5 中的 f_1 和 f_2 分别为系统半功率带宽的上、下限, 则有:

$$f_1 \approx f_0(1 - \zeta_0), \quad f_2 \approx f_0(1 + \zeta_0), \quad \Delta f = f_0/Q. \quad (14)$$

因此,

$$N_r = f_0 \frac{\Delta f}{|\beta_0|} = \frac{f_0^2}{Q|\beta_0|}; \quad (15)$$

$$\eta = \frac{Q}{N_r} = \frac{Q^2 |\beta_0|}{f_0^2}. \quad (16)$$

式 (15) 适用的前提条件是系统阻尼 ζ_0 较小、半功率带宽 Δf 与品质因子 Q 的关系式 $\Delta f = \zeta_0/Q$ 成立、扫频函数 $f(t)$ 在半功率带宽内单调递增 (或递减) 且 $\beta_0 \neq 0$ 。式 (16) 中的 N_r 为系统在半功率带宽内的循环次数。此时, 对于既定的系统和扫频模式, 扫频参数 η 便可确定。

线性扫频和对数扫频下, η 的表达式分别为:

$$\eta_{\text{linear}} = \frac{Q^2 R_{\text{linear}}}{60 f_0^2}; \tag{17}$$

$$\eta_{\text{exp}} = \frac{Q^2 R_{\text{exp}} \ln 2}{60 f_0}. \tag{18}$$

应用 MatLab 软件对线性和对数扫频下系统的响应特性进行仿真计算。假定系统在扫频激励下的响应最大值为 $A_{\text{linear-max}}$ 和 $A_{\text{exp-max}}$; η 相同但其他参数不同的情况下, $A_{\text{linear-max}}/\text{Amp}_{\text{max}}$ 和 $A_{\text{exp-max}}/\text{Amp}_{\text{max}}$ 的对比结果详见表 1。由表 1 可知, 在扫频参数 η 相同、其他参数不同的情况下, 线性和对数扫频的

响应幅值 ($A_{\text{linear-max}}/\text{Amp}_{\text{max}}$ 和 $A_{\text{exp-max}}/\text{Amp}_{\text{max}}$) 基本是一致的; 正向扫频和逆向扫频的响应幅值有微小差异, 逆向扫频的结果比正向扫频的大 1%~2%; 对于正向对数扫频, 当 Q 值(即 R_{exp}/f_0 的值)相同时, 系统响应幅值完全一致; 当 Q 值较小、扫频速率较大 ($Q=5, R_{\text{exp}}/f_0=8$) 时, 响应幅值略有偏差, 这是由于 $\zeta_0=0.1$ 时式 (4) 的近似关系存在误差, 且扫频速率远大于系统频率时, 系统响应曲线较稀疏, 曲线包络不能准确得到系统响应的最大值, 如图 6 所示。

表 1 扫频参数 η 相同时的线性扫频和对数扫频对比

Table 1 Comparison of several responses for same η (exponential and linear)

工况	f_0/Hz	Q	扫频形式	扫频速率 $R_{\text{linear}}/(\text{Hz}\cdot\text{min}^{-1})$ 或 $R_{\text{exp}}/(\text{oct}\cdot\text{min}^{-1})$	$\frac{R_{\text{linear}}}{f_0^2}$ 或 $\frac{R_{\text{exp}}}{f_0}$	扫频参数 η	$\frac{A_{\text{linear-max}}}{\text{Amp}_{\text{max}}}$ 或 $\frac{A_{\text{exp-max}}}{\text{Amp}_{\text{max}}}$	
							正向扫频	逆向扫频
1	2	10	线性	5.544	1.386	2.31	0.849 1	0.875 6
			对数	4	2		0.849 6	0.873 9
2	16	线性	5.544×16	0.346 5	0.854 8		0.867 5	
		对数	8	0.5	0.854 9		0.867 3	
3	128	线性	5.544×256	0.086 63	0.857 8		0.864 1	
		对数	16	0.125	0.857 8		0.864 0	
4	2	线性	$5.544/4$	0.346 5	0.854 8		0.867 5	
		对数	1	0.5	0.854 9		0.867 4	
5	2	线性	$5.544/16$	0.086 63	0.857 8		0.864 1	
		对数	0.25	0.125	0.857 8		0.864 0	
6	2	线性	5.544×4	5.544	0.839 8		0.887 5	
		对数	16	8	0.841 6		0.887 7	

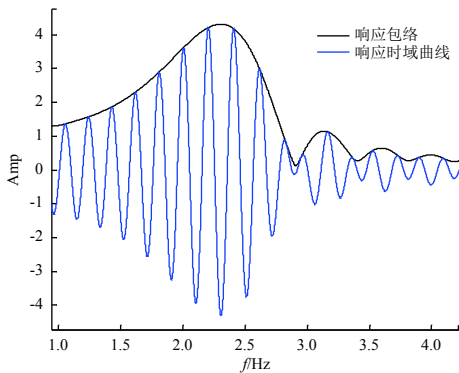


图 6 扫频速率远大于系统频率时的系统响应曲线
Fig. 6 Response curve for very large sweep rate

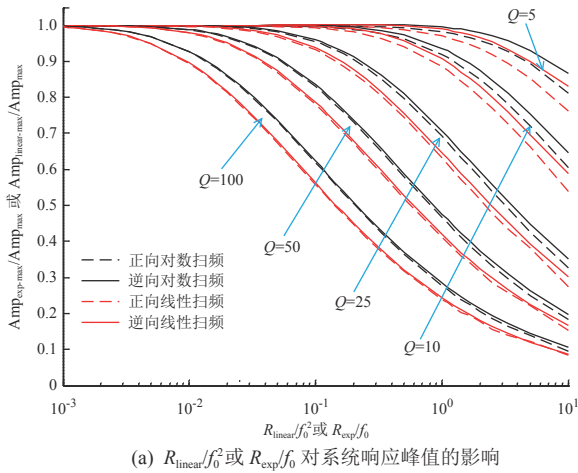
2.3 扫频参数 η 对系统响应的影响分析

由 2.2 节可知, 在扫频参数 η 相同的情况下系统的响应特性基本一致, 但当 R_{linear}/f_0^2 或 R_{exp}/f_0 变化时结果略有差别, 因此本文仿真计算了 R_{linear}/f_0^2 或 R_{exp}/f_0 变化对系统响应的影响。 R_{linear}/f_0^2 (或 R_{exp}/f_0) 取值为 0.001~10 时, Q 分别取值 5、10、25、50、100,

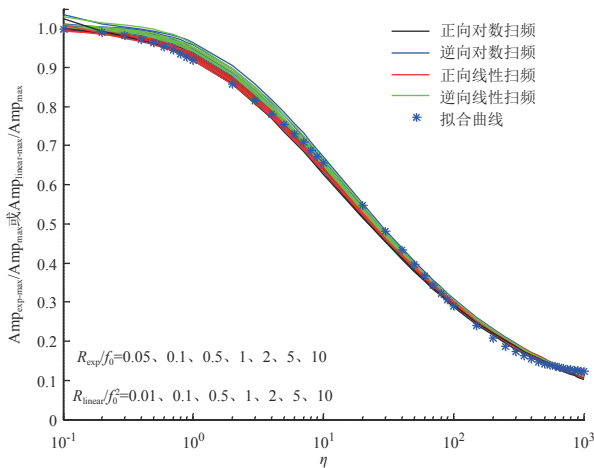
且正向和逆向扫频都进行仿真; 同时, 计算了 η 在 0.1~1000 间变化对系统响应的影响。文献 [4] 的研究中令 η 值在 0.1~1000 间变化, R_{exp}/f_0 恒定为 0.1, 只改变 Q 的值。这是不够全面的, 因为 R_{exp}/f_0 的变化对结果有一定影响。因此本文分别将 R_{exp}/f_0 的取值固定为 0.05、0.1、0.5、1、2、5、10 (R_{linear}/f_0^2 的取值固定为 0.01、0.1、0.5、1、2、5、10), 通过改变 Q 的值, 使 η 取值在 0.1~1000 间变化, 然后进行正向和逆向扫频仿真。

图 7、图 8 为系统响应与稳态响应的对比关系: 图 7 为响应峰值与稳态峰值之比; 图 8 为扫频响应的峰值频率的误差, 该误差用正则化误差 $Q\Delta f/f_{\text{max}}$ 表示, 其中 $\Delta f = |f_{\text{exp}} - f_{\text{max}}|$ 或 $|f_{\text{linear}} - f_{\text{max}}|$, f_{exp} 和 f_{linear} 分别为对数扫频和线性扫频时的峰值对应频率。由图 7、图 8 可知: 随着扫频参数 η 增大, 系统响应峰值减小、峰值频率偏差增大, 且系统 Q 值越大, 受影

响越明显; 正向扫频和逆向扫频的结果差异可以忽略; 当引入扫频参数 η 后, 误差曲线基本合为一条曲线; 由图 7(b) 可知, R_{linear}/f_0^2 或 R_{exp}/f_0 取不同值对结果的影响基本可忽略, 4 种扫频类型共 28 条曲线几乎重叠。



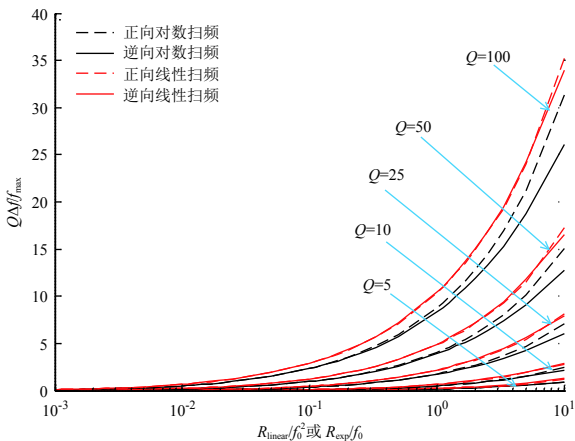
(a) R_{linear}/f_0^2 或 R_{exp}/f_0 对系统响应峰值的影响



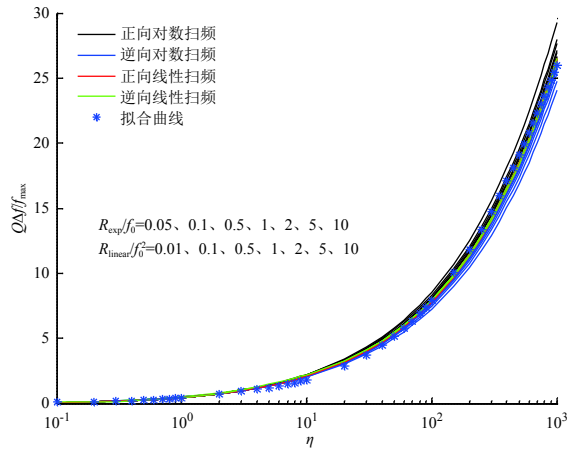
(b) 扫频参数 η 对系统响应峰值的影响

图 7 R_{linear}/f_0^2 或 R_{exp}/f_0 及扫频参数 η 对系统响应峰值的影响

Fig. 7 The influence of R_{linear}/f_0^2 (or R_{exp}/f_0) and η on the amplitude



(a) R_{linear}/f_0^2 或 R_{exp}/f_0 及对共振频率的影响



(b) 扫频参数 η 对共振频率的影响

图 8 R_{linear}/f_0^2 或 R_{exp}/f_0 及扫频参数 η 对共振频率的影响
Fig. 8 The influence of R_{linear}/f_0^2 (or R_{exp}/f_0) and η on the resonance frequency

将系统响应峰值与 η 进行拟合, 得到

$$\frac{\text{Amp}}{\text{Amp}_{\text{max}}} = \begin{cases} 1 - \exp(-2.55\eta^{-0.39}) - 0.0025\eta^{0.79}, & \eta < 1; \\ -0.9685 + \exp(-0.2137\eta^{0.4543}) + 1.079\eta^{0.0007722}, & \eta \geq 1. \end{cases} \quad (19)$$

拟合曲线见图 7(b)。

图 8(b) 中的 28 条曲线基本一致, 当 η 超过 100 时, 出现一定偏差, 正则化频率误差 $Q\Delta f/f_{\text{max}}$ 与 η 的关系为

$$\frac{Q\Delta f}{f_{\text{max}}} = \begin{cases} 0.4433\eta^{0.7294}, & \eta < 3; \\ 84.9 + \frac{1}{-0.01184 - 29.47\exp(-13.97\eta^{-0.0693})}, & \eta \geq 3. \end{cases} \quad (20)$$

3 多自由度系统的扫频响应验证

文献 [11] 对受到线性扫频激励的两自由度系统的响应进行了分析, 得出“扫频速率越慢, 系统响应越趋于稳定响应”的结论, 但对响应的误差无量纲估算。我们对如图 9 所示的简化卫星模型进行对数正弦扫频激励, 讨论扫频速率对多自由度结构响应的影 响。该简化模型尺寸为 1 m×1 m×2 m, 横向一阶频率 16.4 Hz。在横向 1g 的稳态激励下, 顶点最大响应为 18.5g(阻尼比取 0.03)。对结构底部施加 1g 的正弦扫频激励, 扫频速率分别为 4 oct/min、8 oct/min、16 oct/min 时, 系统响应峰值和峰值频率如表 2 所示, 表中单自由度模型结果是将扫频参数

η 代入式 (19)、式 (20) 计算得到的。由表 2 可知, 随扫频速率增大, 结构响应峰值降低, 峰值频率增大; 当扫频速率为 8 oct/min 时, 扫频响应峰值与稳态响应的相差达 11%; 单自由度模型的计算结果与多自由度模型有微小差异, 这是由于模态叠加时, 高阶模态对此处的响应也有一定贡献。总体来看, 当多自由度系统模态稀疏且相邻模态之间影响较小时, 拟合公式(式 (19)、式 (20))以及图 7、图 8 基本适用于多自由度系统低阶模态处的扫频响应分析。

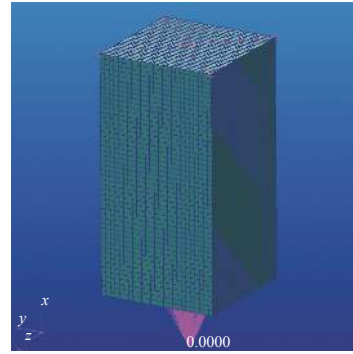


图 9 简化卫星模型

Fig. 9 Simplified FEM model of a satellite

表 2 多自由度系统的扫频响应

Table 2 Responses of a multi-DOF system under sine-sweep excitations

扫频速率/ (oct·min ⁻¹)	η	峰值 频率/Hz	最大响应 Amp _{max} /g	$Q\Delta/f_{\max}$		Amp/Amp _{max}	
				单自由度 模型结果	多自由度 模型结果	单自由度 模型结果	多自由度 模型结果
4	0.96	16.8	17.6	0.43	0.45	0.92	0.95
8	1.93	17.1	16.6	0.77	0.79	0.86	0.89
16	3.86	17.4	15.2	1.06	1.13	0.79	0.82

4 结论

本文使用数值方法, 研究了单自由度系统在正弦扫频激励下的响应特性; 通过单自由度系统的共振响应特性, 推导了量纲为 1 的扫频参数 η ; 计算结果表明, 参数 η 对单自由度系统的扫频响应起决定性影响; 通过计算得到了扫频响应峰值、峰值频率与参数 η 的关系曲线及拟合公式; 最后使用简化卫星模型, 验证了参数 η 基本适用于多自由度系统的扫频响应分析。

研究得出结论如下:

1) 在正弦扫频激励下, 系统最大响应减小、正向扫频峰值频率增大(逆向扫频峰值频率减小), 且扫频速率越高, 影响越明显。

2) 线性扫频和对数扫频激励下, 系统响应基本一致; 正向扫频和逆向扫频激励下, 系统响应有微小差异, 最大幅值相差 1%~2%。

3) 在扫频参数 η 相同, 其他参数不同的情况下, 系统响应特性基本一致。

4) 对于复杂卫星结构(多自由度系统), 在低阶模态处、相邻模态之间影响较小时, 本文基于单自由度系统得到的拟合公式(式 (19)、式 (20))以及图 7、图 8 可用于预示其扫频响应特性。

另外, 工程试验人员在正弦振动试验前, 可参考本文研究结果, 根据试验要求或者需要特定考核

的频段, 设置合理的扫频速率, 既保证扫频时间不会太长, 又可使试验结果达到预期的精度; 亦可在正弦振动试验后, 根据上述公式或图表, 对试验得到的响应特性数据进行一定的修正。对于频带较宽的扫频试验, 建议针对不同频段分别设置不同的扫频参数, 在保证试验精度的同时节省试验时间。例如, 对于 $Q=10$ 、 $f_0=30$ Hz 的模态, $R_{\text{exp}}/f_0=0.1$, 即 $R_{\text{exp}}=3$ oct/min 时, 扫频响应的误差不足 3%; 对于 $Q=10$ 、 $f_0=200$ Hz 的模态, $R_{\text{exp}}=20$ oct/min 时亦可达到相同的精度。

参考文献 (References)

- [1] 马兴瑞, 韩增尧. 卫星与运载火箭力学环境分析方法及试验技术[M]. 北京: 科学出版社, 2014: 201
- [2] GIRARD A, ROY N, GUYOT M, et al. Modal identification via effective parameters: an industrial solution[C]//European Conference on Spacecraft Structures, Materials and Mechanical Testing. Noordwijk, The Netherlands, 2001: ESA SP-468
- [3] LEFEVRE Y M, BONETTI J C, GIRARD A, et al. Real time modal vibration identification for improved satellite vibration testing[C]//European Conference on Spacecraft Structures, Materials and Mechanical Testing. Toulouse, France, 2002: 11-13
- [4] GIRARD A, ROY N. Revisiting the effect of sine sweep rate on modal identification[C]//European Conference on Spacecraft Structures, Materials and Mechanical Testing.

- Noordwijk, The Netherlands, 2012: ESA SP-691
- [5] YANTO A. Analysis of swept time and modal parameter effect on FRF's magnitude errors of SDOF system using linear swept-sine excitation[J]. Jurnal Momentum, 2013, 14(1): 18-24
- [6] GIRARD A, BUGÉAT L. Effect of sine sweep rate on modal parameter identification[C]//Proceedings of the 5th International Symposium on Environmental Testing for Space Programmes. Noordwijk, The Netherlands, 2004: ESA SP-558
- [7] LOLLOCK J A. The effect of swept sinusoidal excitation on the response of a single degree of freedom oscillator[C]//Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Denver, CO, 2002: AIAA 2002-1230
- [8] HENSON G M. Response of an oscillating system to harmonic forces of time-varying frequency[J]. AIAA Journal, 2008, 46(8): 2033-2040
- [9] CRONIN D L. Response of linear viscous damped systems to excitations having time-varying frequency: NAS 8-2451[R], 1965: 39-68
- [10] 克拉夫 R, 彭津 J. 结构动力学[M]. 2版. 王光远, 译. 北京: 高等教育出版社, 2006: 34-36
- [11] YANTO A. Analysis of the FRF's curve accuracy of TDOF system using linear swept-sine excitation method[J]. Jurnal Teknik Mesin, 2013, 3(2): 32-40

(编辑: 张艳艳)