

# 基于 PolyMAX 法的飞行器工作模态 分析技术与应用

张家雄, 何咏梅, 张华山, 张辉, 李飞  
(中国运载火箭技术研究院 研究发展中心, 北京 100076)

**摘要:** 飞行器在大气中飞行时经历严酷的力热环境, 结构动力学问题显著, 而模态特性是分析这些问题的重要输入。传统地面模态试验很难准确模拟飞行环境, 而工作模态分析技术能够得到飞行器实际飞行中的模态参数。文章首先简要介绍了工作模态分析技术的背景和发展现状, 说明了 PolyMAX 法的基本原理, 然后对飞行器飞行试验测量数据进行了处理和分析, 采用 PolyMAX 法成功识别出该飞行器的模态参数, 并进行了模态验证。

**关键词:** 飞行器; 工作模态分析; PolyMAX 法; 模态验证

中图分类号: V416.2

文献标志码: A

文章编号: 1673-1379(2015)01-0028-06

DOI: 10.3969/j.issn.1673-1379.2015.01.005

## Operational modal analysis technology based on PolyMAX method and its applications for flying vehicles

Zhang Jiexiong, He Yongmei, Zhang Huashan, Zhang Hui, Li Fei  
(R&D Center, China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

**Abstract:** A flying vehicle is in serious physical and thermal environment when passing through atmosphere, which might be treated as a structural elastic problem, where the modal characteristics are very important inputs of the problem. Traditionally, it is difficult to simulate the environment in the modal testing, however, the realistic modal parameters of a hypersonic flying vehicle could be obtained easily by the operational modal analysis (OMA) technology. The background and the development of the operational modal analysis are reviewed in the paper, and the PolyMAX algorithm is specially addressed. The load measurement data from a flight test of a flying vehicle is processed, the modal parameters are identified successfully based on the PolyMAX method, and the modal parameters are validated.

**Key words:** flying vehicle; operational modal analysis; PolyMAX method; modal validation

### 0 引言

近年来, 飞行器的飞行速度与空域不断拓展, 出现了全速域与全空域飞行器, 例如美国的 X-37B 轨道试验飞行器。对这类飞行器, 结构动力学的问题比较突出, 如升力面和操纵面的气动弹性问题, 并成为飞行器气动布局 and 结构设计的重要约束。飞行器振动模态参数作为结构动力学特性分析的主要输入条件, 是新型飞行器设计中的重要参数之一, 越来越受到重视。因此, 分析研究这类飞行器的模态特性具有十分重要的意义。

模态分析<sup>[1]</sup>根据获取模态参数手段的不同可

分为数值模态分析、试验模态分析和工作模态分析。基于产品设计方案或结构模型, 采用有限元分析方法 (FEA) 建立数学模型, 通过理论计算获得结构的模态参数, 包括频率、振型和阻尼比等, 称为数值模态分析。在试验产品典型部位上布置加速度测试点, 并依据点的位置构建试验模型, 试验时施加一定的激励, 并采集产品上加速度响应信号, 经信号处理得到产品的模态参数, 称为试验模态分析 (Experiment Modal Analysis, EMA)。在自然环境或者工作环境的激励下, 即激励条件未知, 通过处理产品工作状态下测得的振动加速度响应, 获取

产品的模态参数, 称为工作模态分析 (Operational Modal Analysis, OMA), 又称工况模态分析。近年来, 工作模态分析作为传统模态分析方法的创新和扩展, 迅速发展并应用于各行业领域。

## 1 工作模态分析概述

### 1.1 问题的提出

传统工程设计方法中, 基于三维数字样机, 建立飞行器模态分析有限元模型, 开展数值模态分析; 然后, 针对真实的飞行器产品, 开展试验模态分析, 并依据模态试验结果修正模态分析有限元模型, 作为飞行控制系统结构弹性的输入模型, 同时也是结构动力学特性分析的重要输入条件。

以上的传统分析方法仍存在一些不足: 飞行器在大气中真实飞行工况与地面试验室工况显然不同, 如飞行器承受的气动力、气动加热、气动噪声等, 这些工况在地面试验中很难完全复合模拟, 而且复合试验的代价也很昂贵。同时, 一些飞行环境还会使结构发生大变形、改变结构材料物理特性, 进而影响飞行器结构刚度和阻尼等模态特性。而工作模态分析方法可以弥补传统分析方法的不足: 与传统的试验模态分析相比, 工作模态分析不仅节省了时间和经费, 其识别结果也更能反映飞行器的真实工作状态, 还为飞行器的载荷识别和故障诊断 (如颤振) 提供了一种新的分析途径<sup>[1]</sup>。

### 1.2 工作模态分析发展现状

Clarkson 等人早在 20 世纪 60 年代提出了工作模态分析理论: 使用不同测点间响应的互相关函数来估计白噪声激励下结构的频响特性, 当激励未知时, 使用不同部位的响应信号的互相关函数替代脉冲激励与响应互功率谱函数<sup>[1-3]</sup>。70 年代初出现了较为成熟的工作模态分析理论, 主要是基于响应信号的时域参数模态辨识方法, 并陆续发展和拓展。至 80 年代, 出现了一些时域模态辨识方法, 如 Ibrahim 时域法<sup>[4]</sup>等。90 年代, 美国 Sandia 国家实验室结合时域模态辨识方法, 提出了采用最小二乘复指数法 (LSCE) 求解模态频率, 采用最小二乘频域法 (LSFD) 求解模态振型, 这种 LSCE-LSFD 复合方法是基于自然激励技术 (Natural Excitation Technique, NExT)<sup>[5]</sup>, 利用结构在环境激励下响

应信号的相关函数进行模态识别, 并将此方法成功应用于航天涡轮机等工程结构的工作模态分析。随后, Peeters 和 Hermans 等人在自然激励技术和特征系统实现算法的基础上, 提出了新的随机子空间识别法 (Stochastic Subspace Identification, SSI)<sup>[6-7]</sup>。该算法在相邻密集模态的识别方面, 具有明显的优势。

在国内, 北京交通大学金新灿等提出互相关函数理论与多种经典时域模态分析方法相结合, 并开展了环境激励下高速客车的模态参数识别<sup>[8]</sup>。王宝元等在自行火炮全炮试验时利用工作模态分析方法获取其模态特性参数<sup>[9]</sup>。此外, 各种工作模态分析方法在船舶、桥梁、起重机等各行业得到了广泛应用<sup>[10-12]</sup>。

LMS 公司在参考最小二乘复频域法 (LSCF) 的基础上于 2004 年开发了 PolyMAX 算法, 它是基于频响函数的模态分析方法, 利用互功率谱替代频响函数来开展工作模态识别。PolyMAX 方法适用于弱阻尼, 同时对于强阻尼、密集模态系统仍可获得极其清晰的稳态图, 易实现物理模态定阶, 并能较好地识别未得到充分激励的模态<sup>[13]</sup>。通过工作模态分析可得到模态频率、阻尼比和模态振型, 但由于模态振型不能按模态质量进行正则化处理, 所以不能获得模态质量、模态刚度、模态阻尼等参数, 但仍不影响基于获取的参数开展飞行器的动力学特性分析。

目前 PolyMAX 法成功应用于工作模态分析领域。李青霞等利用 PolyMAX 方法对军用桥梁测试的数据进行了模态识别<sup>[14]</sup>; 高云凯等对汽车进行声学模态试验, 采用 PolyMAX 方法对测试得到的响应信号进行处理, 获取车内空腔的模态频率和振型<sup>[15]</sup>, 结果表明取得了较好效果。

## 2 PolyMAX 法的基本原理

### 2.1 数学模型

PolyMAX 法使用多参考互功率谱代替频响函数, 其频响函数  $H(\omega)$  的数学模型<sup>[15-22]</sup>为

$$H(\omega) = \left[ \sum_{r=0}^p Z^r \beta_r \right] \left[ \sum_{r=0}^p Z^r \alpha_r \right]^{-1}, \quad (1)$$

式中:  $Z = e^{-j\omega\Delta t}$ , 为多项式基函数;  $\beta_r$ 、 $\alpha_r$  分别

为分子、分母矩阵多项式系数； $p$  为模型的阶次； $\Delta t$  为时域信号的取样间隔。

对于某一个特定频率  $\omega_k$ ，有各测点的互功率谱矩阵  $\hat{H}(\omega_k)$ ；然后通过选取不同频率，列出足够数量的方程；最后采用最小二乘法求得分子、分母矩阵多项式系数  $\beta_r$ 、 $\alpha_r$ 。

## 2.2 求极点、模态参预因子和振型

求得分母矩阵多项式系数  $\alpha_r$  后，对其扩展的友矩阵进行特征值分解，可以得到系统的极点  $p_i$  和模态参预因子向量  $\mathbf{l}_i^H$ 。

PolyMAX 法采用一种相对简单的方法——最小二乘频域法求模态振型，

$$\hat{H}(\omega) = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\boldsymbol{\psi}_i \mathbf{l}_i^T}{j\omega - p_i} + \frac{\boldsymbol{\psi}_i^* \mathbf{l}_i^H}{j\omega - p_i^*} \right] - \frac{\mathbf{LR}}{\omega^2} + \mathbf{UR}, \quad (2)$$

式中： $\hat{H}(\omega)$  为测量的互功率谱矩阵 ( $l \times m$ )； $\boldsymbol{\psi}_i$  为待求的第  $i$  阶模态振型列向量 ( $l \times 1$ )； $\mathbf{l}_i^T$  为模态参预因子行向量 ( $1 \times m$ )； $\mathbf{l}_i^H$  为  $\mathbf{l}_i$  的共轭转置 ( $1 \times m$ )； $\mathbf{LR}$ 、 $\mathbf{UR}$  分别为分析频带外模态影响的下残余项和上残余项矩阵 ( $l \times m$ )。

在上述已经求得极点  $p_i$  和模态参预因子向量  $\langle \mathbf{l}_i^H \rangle$  的基础上，可依据测量获取的互功率谱频响矩阵  $\hat{H}(\omega)$ ，按不同的取样频率列出方程(2)，采用线性最小二乘法求取未知的模态振型  $\boldsymbol{\psi}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 以及下、上残余项矩阵  $\mathbf{LR}$  和  $\mathbf{UR}$ 。

## 3 PolyMAX 法在飞行器工作模态分析中的应用

本章基于飞行器低空飞行试验典型部位的低频振动测量数据，采用 PolyMAX 法识别出其工作模态参数，并进行了模态验证。最后，将识别结果与地面模态试验结果进行对比，验证飞行器工作模态分析技术的可行性。

### 3.1 数据准备

采用 LMS 公司的 Test.lab 商用软件<sup>[23]</sup>进行测量数据处理，选取典型飞行时段、飞行器各部件上的 26 路低频振动信号进行互功率谱计算，典型测点的时域曲线和互功率谱曲线分别如图 1、图 2 所

示。低频振动传感器采样频率为 320 Hz，主要用来研究 100 Hz 以下的低频模态。本文重点关注飞行器垂向模态，因此仅对每个测点的  $y$  向振动加速度进行信号处理。

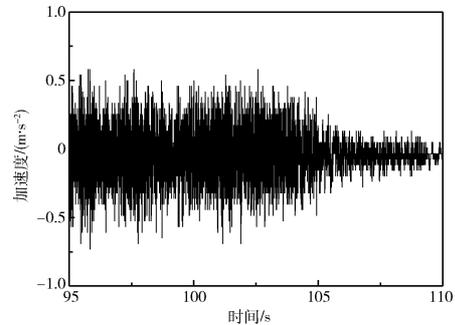


图 1 典型测点的加速度时域曲线

Fig. 1 Acceleration time-domain curve at a typical measuring point

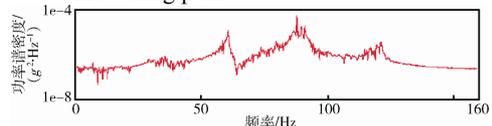


图 2 典型测点的互功率谱曲线

Fig. 2 Cross power spectrum at a typical measuring point

### 3.2 几何模型建立

根据每个传感器(测点)在全飞行器坐标系上的位置坐标在 Test.lab 里建立三维的几何线框模型，如图 3 所示。各节点具体位置分布说明见表 1。

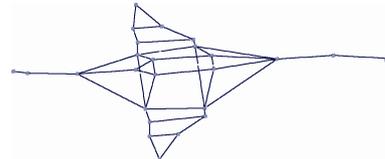


图 3 工作模态分析线框模型

Fig. 3 The line frame model for OMA

表 1 测点分布说明

Table 1 The distribution of the measuring points

部位名称	测点数
机身	16
左机翼	5
右机翼	5

### 3.3 模态参数识别

计算各个测点之间的互功率谱函数，选择测点 3 作为参考点，对函数作集总平均，进行曲线拟合，采用 PolyMAX 法得到各极点的稳态图，如图 4 所示，图中，横轴为频率，左、右纵轴分别为频响函数实部幅值和假定的极点数目<sup>[13]</sup>。通过拾取稳态图中的可能模态，提取飞行器各阶模态参数，如表 2 所示，并获取对应各阶模态的振型动画，如图 5~图 8 所示。

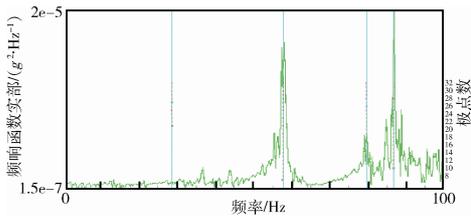


图 4 OMA.PolyMAX 算法识别出的极点稳态图  
Fig. 4 Stabilization diagram of apexes identified by OMA.PolyMAX method

表 2 识别出的工作模态参数

Table 2 The operational mode parameters identified

识别出的模态阶次	频率/Hz	阻尼比/%	模态描述
1	28.7	0.12	左右机翼反向弯曲
2	57.8	0.35	机身一阶弯曲, 机翼同向弯曲
3	79.6	0.35	一阶扭转
4	86.7	0.05	扭转

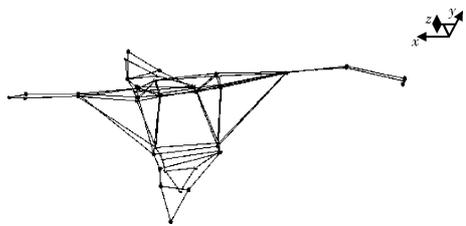


图 5 第 1 阶模态振型  
Fig. 5 The first mode shape

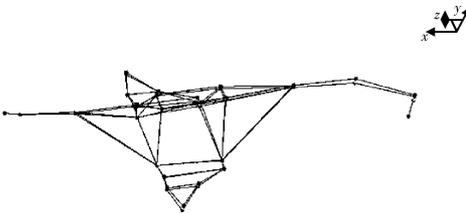


图 6 第 2 阶模态振型  
Fig. 6 The second mode shape

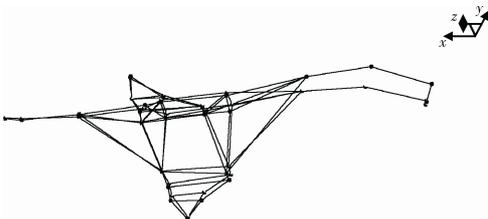


图 7 第 3 阶模态振型  
Fig. 7 The third mode shape

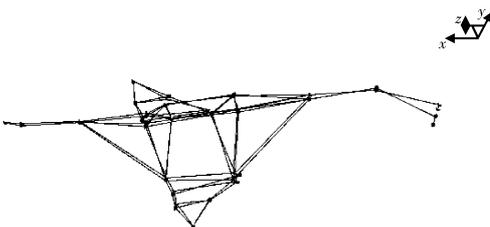


图 8 第 4 阶模态振型  
Fig. 8 The fourth mode shape

### 3.4 模态验证

工作模态分析完成后, 采用模态判定准则 (Modal Assurance Criterion, MAC)<sup>[11]</sup>进行模态验证。模态判定准则既可比较同一组估计模态的准确性, 也可以比较不同组模态振型的相关性。两个模态振型向量  $\Phi_r$  和  $\Phi_s$  之间的模态判定准则定义为

$$MAC(\Phi_r, \Phi_s) = \frac{|\Phi_r^T \Phi_s|^2}{(\Phi_r^T \Phi_r)(\Phi_s^T \Phi_s)} \quad (3)$$

描述同一模态的两个向量的 MAC 值越大越好, 理论值为 100%; 描述不同模态两个向量的 MAC 值一般应比较小 (如小于 10%)。

图 9 为飞行器工作模态分析得到的各阶模态振型的 MAC 矩阵。由图可知, 描述同一模态的两个向量, 其 MAC 值均为 100%, 满足条件; 不用模态的两个向量之间除了第 3 阶与第 4 阶 MAC 值偏高, 其他各阶模态之间的 MAC 值均较低, 说明它们之间具有良好的正交性, 评估了提取模态的正确性。而第 3 阶与第 4 阶模态频率值相近, MAC 值达到 53%, 其中原因应该是布置的测点数偏少丢失部分特征而导致两阶模态相近。

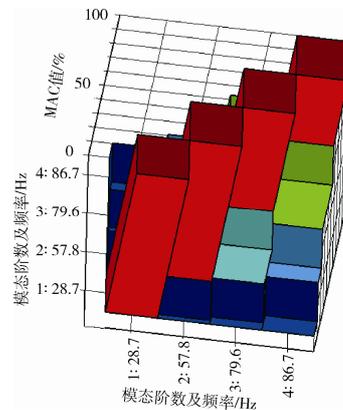


图 9 MAC 矩阵  
Fig. 9 MAC matrix

### 3.5 与地面试验结果对比

表 3 为地面模态试验结果与采用 PolyMAX 法识别出的工作模态参数对比情况。结果显示, 两者的分析结果存在一定偏差, 但模态频率接近, 振型基本吻合。其中的原因是本次飞行试验属于低空低速飞行, 与地面模态试验环境状况相近。此外, 有一阶低频模态未被识别出, 这应该与飞行器实际飞行时外界激励有关。

表 3 OMA 和 EMA 结果对比

Table 3 Comparison of analysis results between OMA and EMA

模态阶次	地面试验结果/Hz	工作模态识别结果/Hz	模态描述
1	27.4	—	机翼同向弯曲
2	27.5	28.7	机翼反向弯曲
3	53.1	57.8	机身一阶弯曲
4	85.8	79.6	一阶扭转
5	90.0	86.7	扭转

## 4 结束语

本文针对飞行器真实工作环境难以在地面试验中模拟,可能影响相应模态参数的获取,提出了采用 PolyMAX 法的工作模态分析方法,着重通过以飞行器为研究对象,对飞行试验测量数据进行了处理和分析,成功识别出该飞行器真实飞行状态下的模态参数,并用模态置信准则对识别结果进行了模态模型验证,确定了工作模态分析结果的准确性。

本文的研究成果为后续飞行环境恶劣的高超声速飞行器的动力学特性分析和故障监测与诊断提供了一种新途径。

### 参考文献 (References)

- [1] 李雷. 工况模态分析在时变航天器结构中的应用[D]. 上海: 复旦大学, 2011: 5-6
- [2] 梁君, 赵登峰. 工作模态分析理论研究现状与发展[J]. 电子机械工程, 2006, 22(6): 7-8  
Liang Jun, Zhao Dengfeng. The status and prospect of modal analysis theory[J]. Electro-Mechanical Engineering, 2006, 22(6):7-8
- [3] 李中付, 宋汉文, 华宏星, 等. 非稳态环境激励下线性结构的模态参数辨识[J]. 振动工程学报, 2002, 15(2): 140-141  
Li Zhongfu, Song Hanwen, Hua Hongxing, et al. Modal parameters identification of linear structures undergoing non-stationary ambient excitation[J]. Journal of Vibration Engineering, 2002, 15(2): 140-141
- [4] Ibrahim S R. The use of random decrement technique for modal identification of structures[J]. The AIAA Journal of Spacecraft and Rockets, 1977, 14(11): 696-700
- [5] James Q H, Carnet G S, Lauffer J P. The natural excitation technique (NExT) for modal parameter extraction from operating wind turbines, Sandia Report SAND92-1666[R], 1993: 8-16
- [6] Peeters B, Roeck D, Pollet G. Stochastic subspace techniques applied to parameter identification of civil engineering structures[C]//Proceedings of New Advances in Modal Synthesis of Large Structures: Nonlinear Damped and Nondeterministic Cases. Lyon, France, 1995: 151-162
- [7] Hermans L, Vander Auweraer H. Modal testing and analysis of structures under operational conditions: industrial applications[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1999, 13(2): 193-216
- [8] 金新灿, 孙守光, 邢鸿麟, 等. 环境随机激励下高速客车的工作模态分析[J]. 铁道学报, 2013, 25(5): 25-26  
Jin Xincan, Sun Shouguang, Xing Honglin, et al. Operational modal analysis of a high speed passenger car under ambient excitation[J]. Journal of the China Railway Society, 2003, 25(5): 25-26
- [9] 王宝元, 刘朋科, 衡刚, 等. 自行火炮工作模态分析试验技术[J]. 兵工学报, 2009, 30(7): 854-855  
Wang Baoyuan, Liu Pengke, Heng Gang, et al. Operational modal analysis experimental technique used for self-propelled gun[J]. Acta Armamentarii, 2009, 30(7): 854-855
- [10] 姜大正, 洪明, 周力. 运行模态分析技术在船舶结构振动中的应用[J]. 中国舰船研究, 2010, 5(3): 22-24  
Jiang Dazheng, Hong Ming, Zhou Li. Application of operational modal analysis in vibration of ship structures[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2010, 5(3): 22-24
- [11] 单德山, 徐敏. 数据驱动随机子空间算法的桥梁运营模态分析[J]. 桥梁建设, 2011(6): 16-18  
Shan Deshan, Xu Min. Operational modal analysis of bridge structure based on data-driven stochastic subspace identification algorithm[J]. Bridge Construction, 2011(6):16-18
- [12] 龚凌诸, 杨晓翔, 钟舜聪, 等. 基于环境激励的港口起重工作模态分析[J]. 机电工程, 2011, 28(4): 422-424  
Gong Lingzhu, Yang Xiaoxiang, Zhong Shuncong, et al. Operational modal analysis of harbor crane under ambient excitation[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2011, 28(4): 422-424
- [13] 高云凯, 冯海星, 马芳武, 等. 基于 PolyMAX 的声固耦合模态试验研究[J]. 振动与冲击, 2013, 32(2): 158-160  
Gao Yunkai, Feng Haixing, Ma Fangwu, et al. Acoustic-structure coupled modal test based on PolyMAX[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(2):158-160
- [14] 李青霞, 任焱晞, 安宏伟. PolyMax 方法在桥梁工作模态分析中的应用[J]. 新技术新工艺, 2008(7): 22-23  
Li Qingxia, Ren Yanxi, An Hongwei. Application of polymax method in operating modal analysis of

- bridge[J]. *New Technology & New Process*, 2008(7): 22-23
- [15] 刘馥清, 安宏伟. 多参考最小二乘复频域(PolyMax)法在汽车轮胎及车身模态参数识别中的应用[C]//2006年 LMS 首届用户年会. 苏州, 2006
- [16] 何辉. 多参考最小二乘复频域法在飞行器模态参数识别中的应用[J]. *航空兵器*, 2010(6): 6-8  
He Hui. Applications of the PolyMax method in aerocrafts modal parameter estimation[J]. *Aero Weaponry*, 2010(6): 6-8
- [17] 陈林. 基于试验模态分析的动车组动态设计研究[D]. 重庆: 西南交通大学, 2009
- [18] 陈晓梅. 模态分析在动力总成开发中的应用[D]. 长春: 吉林大学, 2007
- [19] 尚文军. 铁道车辆转向架构架模态分析及应用[D]. 重庆: 西南交通大学, 2007
- [20] 刘文平. 重型商用车驾驶室的模态分析与试验研究[D]. 长春: 吉林大学, 2008
- [21] 谢永强. 轮胎模态分析与应用[D]. 长春: 吉林大学, 2007
- [22] 齐洪敏. 含多集中质量弹性板基波频率解析及试验模态分析[D]. 北京: 北京交通大学, 2008
- [23] LMS Test lab. *Operational modal analysis manual*[G], 2013

(编辑: 肖福根)